

SIMULACIÓN DE POLÍTICAS
PÚBLICAS CON MODELOS DE
EQUILIBRIO GENERAL
COMPUTABLE

David Rodríguez
Documento de Trabajo n.º 59
2018

SIMULACIÓN DE POLÍTICAS PÚBLICAS CON MODELOS DE EQUILIBRIO GENERAL COMPUTABLE

PRESENTACIÓN

En 2012, el Observatorio del Mercado Laboral adscrito al Departamento de Seguridad Social y Mercado de Trabajo de la Universidad Externado de Colombia se encaminó en la tarea de construir un Modelo de Equilibrio General Computable (MEGC) para el estudio del mercado laboral colombiano.

Hacia finales de ese mismo año se discutió y aprobó en el Congreso colombiano la Ley 1607 de 2012 que tenía como principal objetivo la generación de empleo formal. Debido a ello, los esfuerzos del observatorio se enfocaron durante 2013 en la medición del posible resultado ocupacional de esta reforma, el cual concluyó con los cuadernos de trabajo: *¿Bajar los impuestos al trabajo genera empleo?: Ley 1607 de 2012 de Reforma Tributaria en Colombia y Ley 1607 de 2012 de Reforma Tributaria en Colombia: un análisis de equilibrio general computable*, ambos con resultados no tan optimistas como los planteados por el Gobierno.

Debido a que la literatura sobre la construcción de un MEGC —como aquel empleado en el último documento— es limitada, quise poner a disposición de la comunidad académica, en especial de mis colegas economistas, un texto guía con los pormenores de la calibración y simulación de políticas públicas por medio de este tipo de modelos. El énfasis es en la economía colombiana, pero el contenido puede ser fácilmente trasladado al análisis de cualquier otra economía con información disponible.

Sea este el espacio para destacar que, al igual que los documentos relacionados con los MEGC que he publicado, este no habría sido posible sin el apoyo del director del Observatorio del Mercado Laboral, Stefano Farné, y del director del Departamento de Seguridad Social y Mercado de Trabajo, Emilio Carrasco.

Igualmente, quiero agradecer a Mauricio Pérez, Decano de la Facultad de Economía de la Universidad Externado de Colombia, quien me abrió un espacio de divulgación para este trabajo en las publicaciones de la Facultad, y a Paola Ríos, asistente de investigación en el Observatorio Laboral, quien

revisó tanto el código como las instrucciones de cada capítulo. A ellos mi infinita gratitud.

Quiero dedicar este trabajo de manera muy especial a mi esposa, Tatiana Gélvez, quien, además de haberme motivado inicialmente a escribirlo, hizo una revisión de varias versiones previas.

INTRODUCCIÓN

Los modelos de equilibrio general computables (MEGC) son modelos macroeconómicos microfundamentados, es decir, las elecciones de oferta y demanda que buscan recrear el comportamiento de toda una economía (y no de un solo mercado) son aquellas de agentes racionales maximizadores. Estas construcciones siguen en términos generales el concepto walrasiano de equilibrio general cuya mejor representación es el modelo de Arrow y Debreu (1954). Sin embargo, es importante resaltar que existe una literatura en MEGC, que podríamos denominar “heterodoxa”, con modelos computables multisectoriales en los que las decisiones de producción y consumo al igual que los mecanismos de ajuste no necesariamente siguen la lógica racional maximizadora. Entre estos últimos cabe destacar el formidable trabajo de Lance Taylor (1990): *Structuralist Computable General Equilibrium Models for the Developing World*, en el que se recopilan MEGC de corte estructuralista con gran variedad de especificaciones. No obstante, la línea que este documento sigue es la del equilibrio de los cursos de microeconomía y asignación de recursos.

A diferencia de otras elaboraciones macroeconómicas, los MEGC permiten encontrar el ajuste de precios y cantidades ante cambios en políticas o choques externos. Además, dado que pueden tener tantas ramas de actividad económica como se desee, son frecuentemente empleados para construir posibles escenarios de desempeño sectorial que permiten guiar la política económica, tributaria y arancelaria que identifique potenciales ganadores y perdedores.

La tradición de simulación de políticas públicas a través de MEGC en Colombia se remonta a 1977 según López, Ripoll y Cepeda (1994). En especial, este tipo de modelos han sido elaborados por entes gubernamentales y centros de investigación privados.

Debido a la cantidad de ecuaciones (mayoritariamente no lineales) y al número de variables y parámetros, es usual la formulación y solución de este tipo de modelos en un programa computacional con respuesta numérica. En la actualidad el programa por excelencia para la calibración y simulación es GAMS, el cual se sigue en este documento y fue construido en específico para resolver sistemas de ecuaciones de grandes dimensiones.

A grandes rasgos, el proceso para la construcción de un MEGC se divide en dos etapas: la primera es la creación de una Matriz de Contabilidad Social (MCS), un arreglo que captura las transacciones de la economía que se va a analizar. La segunda, el empleo de esta matriz, información adicional y un modelo teórico para calibrar los parámetros del modelo y realizar las simulaciones a que haya lugar de acuerdo con los intereses del investigador. En este sentido, este documento presenta la teoría y el código que permite completar estos dos procesos.

La estructura del documento es la siguiente: en el capítulo primero se presenta una introducción a GAMS con algunos problemas básicos de economía, los cuales permiten presentar tanto la estructura típica de un código como las capacidades del programa. En el segundo se expone el arquetipo de modelo de equilibrio general que se manejará en el documento, un modelo sencillo en el que se evidencian las estructuras de producción y distribución de este tipo de economías. En el tercero se introduce el concepto de MCS, algunos ejemplos sencillos, su construcción para la economía colombiana y dos técnicas de balanceo en el caso en que nueva información o una simplificación de esta genere un desbalance entre ingresos y gastos para al menos un sector.

En el capítulo cuarto se calibra una economía colombiana cerrada sencilla. Se busca exponer la forma en que se emplea la información de la MCS para la construcción del modelo y el ajuste de los parámetros de este. Se complementa el análisis con algunas simulaciones de política. En el capítulo quinto se presenta una economía colombiana abierta y más elaborada. El énfasis es en el uso de funciones de producción anidadas para el manejo de los insumos intermedios y el intercambio con el resto del mundo. Igualmente, un par de simulaciones permiten determinar los efectos de cambios en la política tributaria o choques tecnológicos. El capítulo último presenta extensiones de los MEGC; estas buscan hacer un ajuste más realista del comportamiento de la economía, por ejemplo la existencia de más de un hogar, sectores productivos con varios tipos de productos, desempleo, entre otros.

Es la esperanza de quien escribe estas líneas que la utilización de esta metodología sea más amplia para así sustentar decisiones de política en ejercicios concienzudos, sin olvidar que la elección del modelo, en este caso del tipo walrasiano, condiciona fuertemente los resultados.

CAPÍTULO 1

MODELACIÓN EN GAMS

Debido a su gran tamaño en términos de variables y ecuaciones, los MEGC requieren la transformación del sistema de ecuaciones que determinan el equilibrio económico a un código, para que un programa computacional encuentre una solución numérica dado un conjunto de valores para los parámetros y variables exógenas.

En esta parte del documento se presentan tres problemas básicos de microeconomía en el ambiente de GAMS (General Algebraic Modeling System), programa ampliamente empleado y construido para la elaboración de este tipo de modelos¹. GAMS permite encontrar la solución numérica de dos tipos de problemas en los que usualmente existe un gran número de ecuaciones y variables endógenas: sistemas de ecuaciones y optimización restringida.

A manera de ejemplo, aquí se presentan en su orden los problemas de equilibrio simultáneo en dos mercados, maximización de la utilidad y minimización de costos de la firma. El propósito no es otro que familiarizar al lector con el ambiente y la programación en GAMS. Especial atención merece el tratamiento de conjuntos al igual que la estructura de cada sección en el código.

1.1 Estructura de un problema en el ambiente de GAMS

Cada código de un problema en GAMS contiene cuatro secciones: definición de conjuntos y parámetros (variables exógenas), definición de variables (endógenas), definición de ecuaciones y definición del modelo, su tipo y su solución. Estas se presentan a continuación con su respectiva estructura.

1.1.1 Definición de conjuntos y parámetros

Conjuntos

En GAMS la notación de conjuntos se refiere a las dimensiones que tendrán una variable, un parámetro o una ecuación. Por ejemplo, si definimos un

¹ La idea de crear un programa para resolver modelos de gran tamaño y que culminó con GAMS surgió de una reunión de economistas matemáticos y estadísticos del Banco Mundial en 1976.

conjunto i con tres bienes $i = \text{bien1, bien2, bien3}$, podemos definir más fácilmente una variable con las cantidades: x_i , un parámetro con los precios: p_i , o, como se verá adelante, una ecuación en relación a i . En cualquier caso la variable, el parámetro o la ecuación tendría tres dimensiones o, lo que es lo mismo, habría tres de estos.

Para crear un conjunto en GAMS usamos el comando `set`. A continuación se presentan algunos ejemplos.

Ejemplo 1.1 Conjuntos bienes (i) y tiempo (t)

```
Set i Bienes /bien1, bien2/
    t Tiempo /t0, t1/;
```

Nótese que hemos definido dos conjuntos denominados “i” y “t”; a continuación les hemos puesto las etiquetas² Bienes y Tiempo. Luego hemos definido los elementos de cada conjunto incorporándolos dentro de dos barras “/... /” y separándolos con una coma. En el primero hay dos bienes: bien1 y bien2 (sin espacios entre texto y número); en el segundo dos periodos de tiempo: t0 y t1. Por último, para cerrar la instrucción se emplea un punto y coma “;”.

Ejemplo 1.2 Subconjuntos de bienes

```
Set i Bienes /bien1, bien2, bien3, bien4/
    j(i) Primeros /bien1, bien2/;
```

En ocasiones deseamos trabajar sobre algunos, mas no todos, elementos de un conjunto; por ejemplo, solo queremos invocar dos de los cuatro elementos de un conjunto en el momento de llamar un parámetro o variable. Para lograrlo basta con definir un nuevo conjunto, hacerlo subconjunto del principal y definir cuáles de los componentes del principal tiene este subconjunto. En el ejemplo 1.2 hay un conjunto con cuatro elementos (cuatro bienes) pero al emplear el subconjunto j llamamos solamente los dos primeros. Nótese que para definir un subconjunto agregamos a continuación al nombre del mismo el nombre del principal entre paréntesis “(i)”.

Parámetros

En GAMS, con parámetro se hace referencia tanto a las denominadas variables exógenas (por ejemplo: tasas de impuestos, gasto del Gobierno) como a los

² Esta etiqueta aparecerá en el momento de presentar los resultados del modelo y permitirá identificar los diferentes elementos bajo cada conjunto.

parámetros puros (por ejemplo: exponentes de la función de utilidad o producción). Para crear un parámetro en GAMS usamos el comando `parameter`³. Posteriormente definimos los valores puntuales del mismo.

Ejemplo 1.3 Ecuación de la recta

```
Parameter a intercepto
          b pendiente;
a=1;
b=2;
```

Nótese que hemos definido dos parámetros denominados “a” y “b” y que han sido etiquetados con las expresiones “intercepto” y “pendiente”, respectivamente. Luego cerramos la instrucción con un punto y coma “;” y en la siguiente línea definimos sus valores puntuales “1” y “2”.

Ejemplo 1.4 Precios

```
Parameter p(i) precio
p(i)=1;
p(j)=2;
p("bien1")=3;
```

En este ejemplo empleamos la definición de conjuntos del ejemplo 1.2. Nótese que primero creamos un parámetro denominado “p” que tiene cuatro dimensiones (las dimensiones del conjunto i); este parámetro se etiqueta como “precio”. Posteriormente definimos para las cuatro dimensiones del parámetro su valor como 1 con el comando “p(i) = 1”, es decir $p_1 = 1, p_2 = 1, p_3 = 1, p_4 = 1$. Luego, para los primeros dos elementos del conjunto, aquellos del subconjunto j, cambiamos el precio de 1 a 2 con el comando “p(j) = 2”. Así, el parámetro p tomaría los valores $p_1 = 2, p_2 = 2, p_3 = 1, p_4 = 1$. Por último, al primero de los bienes le hemos cambiado el precio de 2 a 3; para esto, en el lugar del conjunto, llamamos directamente un elemento del mismo, el comando sería “p(“bien1”) = 3”. Así, finalmente, p tomaría los valores $p_1 = 3, p_2 = 2, p_3 = 1, p_4 = 1$.

³ Otras opciones para la creación de parámetros son *scalar* y *table*. Ambos tienen la misma estructura que aquí se presenta. El primero es útil para crear parámetros sin dimensión (conjunto) y el segundo para introducir los valores puntuales del parámetro en el ambiente de una tabla en la que filas y columnas son los conjuntos.

1.1.2 Definición de variables

En GAMS, con variable se hace referencia a todas las variables endógenas del modelo, es decir, aquellas que el modelo determina. Para crear una variable en GAMS usamos el comando `variable`.

Ejemplo 1.5 Ecuación de la recta

```
Positive Variable    x independiente;
Variable             y dependiente;
```

Nótese que hemos definido dos variables denominadas “x” y “y”; estas han sido etiquetadas con las expresiones “independiente” y “dependiente”, respectivamente. La primera ha sido definida como una variable que toma valores positivos⁴, mientras que la segunda puede tomar cualquier valor real. Luego cerramos la instrucción con un punto y coma “;”.

Ejemplo 1.6 Cantidades

```
Positive variable x(i) cantidades demandadas;
```

En este ejemplo empleamos la definición de conjuntos del ejemplo 1.2. Creamos una variable no negativa denominada cantidades demandadas con cuatro dimensiones, es decir las variables x_1, x_2, x_3, x_4 .

1.1.3 Definición de ecuaciones

Para crear una ecuación (o desigualdad) en GAMS usamos el comando `equation`. Luego, con cada nombre, definimos su estructura empleando variables y parámetros.

Ejemplo 1.7 Ecuación de la recta

```
Equation recta ecuación de la recta;
recta.. y=e=a+b*x;
```

Nótese que hemos definido una ecuación llamada “recta”, y que su etiqueta es “ecuación de la recta”. En la siguiente línea empleamos las definiciones de los ejemplos 1.3 y 1.5 para construir la estructura de la ecuación. Ahora bien, para crear esa estructura primero llamamos el nombre de la ecuación seguido de un par de puntos. A continuación definimos si lo planteado es una igualdad (“=e=”; exactamente igual que) o desigualdad (“=g=” que significa mayor que; o “=l=” que significa menor que). Las variables x e y al igual que los

⁴ Es de destacar que no todos los problemas permiten restringir las variables del modelo. Por ejemplo, MCP no permite solucionar un problema en el que se restringe una variable a ser positiva.

parámetros a y b debieron haber sido definidos con anterioridad. En este caso la ecuación es aquella de la recta $y = a + bx$.

Ejemplo 1.8 Ecuaciones de funciones de demandas

Equation demanda(i) ecuación de cantidades demandadas;

Demanda(i) .. $x(i) = E = 100/p(i)$;

En este ejemplo empleamos la definición de conjuntos de los ejemplos 1.2, 1.4 y 1.6. Creamos una ecuación llamada demanda con la etiqueta “ecuación de cantidades demandadas” con cuatro dimensiones, es decir, cuatro ecuaciones. Cada ecuación involucra parámetros ($p(i)$) y variables ($x(i)$) y las relaciona por medio de una división. En este caso las cuatro ecuaciones corresponden a $x_i = \frac{100}{p_i}$ donde $i = 1,2,3,4$.

1.1.4 Definición del modelo, su tipo y solución

En esta última sección definimos qué ecuaciones entran en el modelo, cuáles son los límites sobre las variables, los valores iniciales para estas, el tipo de problema y sus objetivos, si los hay.

Límites y valores iniciales de las variables

Cotas o límites para las variables que solucionan el problema se agregan de la siguiente forma:

Límite inferior (.lo)

$x.lo(i) = 1$;

Límite superior (.up)

$x.up(i) = 100$;

Valor inicial para buscar solución (.l) (opcional, pero recomendado en problemas grandes).

$x.l(i) = 50$;

Los dos primeros comandos restringen la solución de cada x_i al intervalo $[1,100]$, mientras que el último, denominado *initial guess* (conjetura inicial), inicia el algoritmo de solución con un vector de x de i dimensiones que toma el valor de 50 para cada componente.

El modelo

En esta parte dotamos al modelo de un nombre y definimos las ecuaciones que lo conforman.

```
Model equilibrio /ecuacion_a, ecuacion_b/;
```

Alternativamente:

```
Model equilibrio /all/;
```

En el primer caso el modelo denominado “equilibrio” se compone de las ecuaciones “ecuacion_a” y “ecuacion_b”. En el segundo caso la expresión “all” implica la incorporación de todas las ecuaciones que se hayan declarado hasta este punto.

Tipo de problema, objetivos y solución

En esta parte le ordenamos a GAMS que resuelva el modelo, definimos qué tipo de problema es y obtenemos su solución.

```
Solve equilibrio using MCP
```

Alternativamente, en un problema de optimización:

```
Solve equilibrio maximizing u using NLP;
```

En el primer caso el problema consiste en resolver un sistema de ecuaciones de un modelo denominado “equilibrio”, por lo que no hay variable objetivo. El problema en este caso se denomina MCP (Mixed Complementarity Problem)⁵. En el segundo caso el objetivo es maximizar la variable u, la cual debió haber sido definida previamente y debió satisfacer el conjunto de ecuaciones que componen el modelo “equilibrio”. En GAMS el problema se denomina NLP (Non-Linear Programming).

Ejemplo 1.9 Sistema de ecuaciones

```
x.l=5;
model rectas /ecuacion_a, ecuacion_b/;
solve rectas using MCP
```

Definimos un valor inicial para la variable x de 5. Creamos el modelo el cual se compone de dos ecuaciones previamente definidas, lo denominamos “rectas” y lo resolvemos como un MCP.

⁵ La solución del problema varía muy levemente dependiendo del *solver* (algoritmo matemático que permite la solución numérica) que se defina. GAMS tiene por defecto el *solver* PATH para MCP y CONOPT para problemas NLP.

Ejemplo 1.10 demandas marshallianas

```
x.l(i)=0;
x.lo(i)=5;
model marshallianas /all /;
solve marshallianas maximizing U using NLP
```

Definimos un valor inicial para la variable x_i de 5 y un valor mínimo de cero. Creamos el modelo el cual se compone de todas las ecuaciones previamente definidas, lo denominamos marshallianas y lo resolvemos maximizando la variable U (que debió haber sido definida previamente) como un problema del tipo NLP.

1.2 Equilibrio en dos mercados en GAMS

Supongamos que se desea simular los efectos de un cambio en los costos fijos de producción del café sobre el equilibrio de los mercados de té y café. El sistema de ecuaciones que describe nuestro modelo es el siguiente:

$$\begin{aligned}
 \text{Café}_{\text{demandado}} &= b + m + p_{\text{té}} - p_{\text{café}} \\
 \text{Café}_{\text{ofrecido}} &= e + p_{\text{café}} - c_{\text{café}} \\
 \text{Té}_{\text{demandado}} &= a + m - p_{\text{té}} + p_{\text{café}} \\
 \text{Té}_{\text{ofrecido}} &= d + p_{\text{té}} - c_{\text{té}}
 \end{aligned}
 \tag{1.1}$$

En resumen, la demanda de los dos bienes depende negativamente del precio propio, positivamente del precio del otro bien (bienes sustitutos) y positivamente del ingreso promedio de los demandantes (m). La oferta depende negativamente de los costos fijos ($c_{\text{café}}, c_{\text{té}}$) y positivamente de los precios propios.

Por tanto, tendríamos que $p_{\text{café}}, p_{\text{té}}, \text{Té}_{\text{demandado}}, \text{Café}_{\text{demandado}}, \text{Té}_{\text{ofrecido}}, \text{Café}_{\text{ofrecido}}$ son variables endógenas. $c_{\text{café}}, c_{\text{té}}, m$ son variables exógenas y a, b, d, e son parámetros. Adicionalmente existen las dos condiciones de equilibrio de ambos mercados, con lo que se tendrían seis variables endógenas y seis ecuaciones:

$$\begin{aligned}
 \text{Té}_{\text{demandado}} &= \text{Té}_{\text{ofrecido}} \\
 \text{Café}_{\text{demandado}} &= \text{Café}_{\text{ofrecido}}
 \end{aligned}
 \tag{1.2}$$

Supongamos que las variables exógenas y parámetros del modelo toman los siguientes valores:

$$\begin{array}{llll} c_{\text{café}} = 100 & c_{\text{té}} = 100 & m = 100 & \\ a = 1000 & b = 1000 & d = 10 & e = 10 \end{array}$$

El código en GAMS para resolver este problema vendría dado por:

(C.1.1) Equilibrio en dos mercados en GAMS

*1) Definición de conjuntos y parámetros del modelo

*definición de conjuntos

*no hay conjuntos

*definición de parámetros

```
parameter a      parámetro en demanda de té
          b      parámetro en demanda de café
          d      parámetro en oferta de té
          e      parámetro en oferta de café
          m      ingreso
          c_te   costo de producción té
          c_cafe costo de producción café;
```

a=1000;

b=1000;

d=10;

e=10;

m=100;

c_te=100;

c_cafe=100;

2) Definición de variables

```
variable      cafe_demandado  Café demandado
              cafe_ofrecido   Café Ofrecido
              te_demandado    Té Demandado
              te_ofrecido     Té Ofrecido
              precio_te       Precio Té
              precio_cafe     Precio Café;
```

*3) Definición de ecuaciones

```
equation      ecuacion_cafe_demandado  Ecuación Café demandado
              ecuacion_cafe_ofrecido   Ecuación Café Ofrecido
              ecuacion_te_demandado    Ecuación Té Demandado
              ecuacion_te_ofrecido     Ecuación Té Ofrecido
              ecuacion_equilibrio_te   Ecuación Equilibrio Té
              ecuacion_equilibrio_cafe Ecuación Equilibrio
```

Café;

```
ecuacion_cafe_demandado..  cafe_demandado=E=a+m+precio_te-
precio_cafe;
```

```
ecuacion_cafe_ofrecido..  cafe_ofrecido=E=e+precio_cafe-
c_cafe;
```

```


ecuacion_te_demandado..      te_demandado=E=b+m+precio_cafe-
precio_te;
ecuacion_te_ofrecido..      te_ofrecido=E=d+precio_te-c_te;
ecuacion_equilibrio_te..    te_demandado=E=te_ofrecido;
ecuacion_equilibrio_cafe..  cafe_demandado=E=cafe_ofrecido;

*4) Definición del modelo
model equilibrio_dos_mercados /  ecuacion_cafe_demandado,
                                ecuacion_cafe_ofrecido,
                                ecuacion_te_demandado,
                                ecuacion_te_ofrecido,
                                ecuacion_equilibrio_te,
                                ecuacion_equilibrio_cafe/;

*solución del modelo
solve equilibrio_dos_mercados using MCP;

```

Aspectos a tener en cuenta

Luego de dar clic al ícono , la ventana de procesos en GAMS arroja el siguiente resultado con el que sabemos que se ha encontrado una solución⁶.

```

** EXIT - solution found.
Major Iterations. . . . 0
Minor Iterations. . . . 0
Restarts. . . . . 0
Crash Iterations. . . . 1
Gradient Steps. . . . . 0
Function Evaluations. . 2
Gradient Evaluations. . 2
Total Time. . . . . 0.019000
Residual. . . . . 0.000000e+000

```

El resultado arrojado por GAMS y presentado bajo la pestaña solVAR es el siguiente:

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
---- VAR cafe_dema~	-INF	1100.000	+INF	.
---- VAR cafe_ofre~	-INF	1100.000	+INF	.
---- VAR te_demand~	-INF	1100.000	+INF	.
---- VAR te_ofreci~	-INF	1100.000	+INF	.
---- VAR precio_te	-INF	1190.000	+INF	.
---- VAR precio_ca~	-INF	1190.000	+INF	.

De lo que se desprende que las cantidades de té y café de equilibrio en este escenario base son 1100 unidades y los precios de equilibrio de \$1190.

⁶ En el anexo a este capítulo se presentan los distintos tipos de problemas que puede presentar el código.

El propósito inicial de la construcción del modelo era la simulación de un incremento en los costos fijos de producción del café sobre el equilibrio en ambos mercados. Para ello, luego del comando `solve` redefinimos el parámetro de interés y volvemos a dar la instrucción `solve`. En este caso duplicamos el costo fijo de producir café:

```
c_cafe=c_cafe*2;
solve equilibrio_dos_mercados using MCP
```

El nuevo resultado arrojado por GAMS es el siguiente:

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
---- VAR cafe_dema~	-INF	1066.667	+INF	.
---- VAR cafe_ofre~	-INF	1066.667	+INF	.
---- VAR te_demand~	-INF	1133.333	+INF	.
---- VAR te_ofreci~	-INF	1133.333	+INF	.
---- VAR precio_te	-INF	1223.333	+INF	.
---- VAR precio_ca~	-INF	1256.667	+INF	.

En el nuevo equilibrio, al reducirse la oferta de café debido a los costos fijos adicionales, el precio del café sube, incrementando la demanda de té (sustitución) y con esta también se incrementa su precio, aunque en una menor proporción que en el mercado de café en el que ocurrió el choque. Consecuentemente la cantidad de té de equilibrio se incrementa y la de café se reduce.

1.2.1 Equilibrio en dos mercados con una variable a maximizar ficticia en GAMS

Para la construcción de un MEGC resulta crucial la fijación de un precio denominado numerario; esto se hace para que los demás precios en la economía queden expresados con relación a este. El concepto se abordará a profundidad adelante; sin embargo, su incorporación imposibilita la resolución de un sistema de ecuaciones, declarando al modelo un problema MCP debido a que, por construcción, en GAMS los MCP no permiten fijar límites o valores puntuales para las variables.

En esta sección presentamos una forma alternativa de resolver el problema de dos mercados definiendo el problema como NLP (optimización), debido a que en este último tipo de problemas sí podemos fijar valores para las variables.

Esto se hace con el fin de mostrar una forma de superar el obstáculo que, como veremos adelante, la incorporación del numerario pone en los MEGC.

Para entender la lógica detrás de la transformación de un problema de sistema de ecuaciones a optimización, supongamos que a nuestro sistema de ecuaciones, para el que ya sabemos la existencia de una única solución, agregamos una variable adicional y una ecuación adicional completamente independientes del sistema. Por ejemplo:

$$\text{Ficticia} = 1 \quad (1.3)$$

La idea es decirle a GAMS que maximice (minimice) esta variable sujeto al sistema de ecuaciones. Por definición de la ecuación 1.3, el valor máximo (mínimo) que toma la variable Ficticia es (1), por lo que no hay optimización alguna. Sin embargo, se deben satisfacer las restricciones que trae el modelo, es decir, el sistema de ecuaciones que era nuestro problema inicial.

El código de GAMS, con los cambios respecto al anterior en negrilla, quedaría así:

(C.1.2) Equilibrio en dos mercados con una variable a maximizar ficticia en GAMS

*1) Definición de conjuntos y parámetros del modelo

*definición de parámetros

```
parameter a      parámetro en demanda de té
           b      parámetro en demanda de café
           d      parámetro en oferta de té
           e      parámetro en oferta de café
           m      ingreso
           c_te   costo de producción té
           c_cafe costo de producción café;
```

```
a=1000;
```

```
b=1000;
```

```
d=10;
```

```
e=10;
```

```
m=100;
```

```
c_te=100;
```

```
c_cafe=100;
```

*2) Definición de variables

```
variable      cafe_demandado  Café demandado
              cafe_ofrecido   Café Ofrecido
              te_demandado    Té Demandado
              te_ofrecido     Té Ofrecido
              precio_te       Precio Té
```

```

                precio_cafe      Precio Café
                Ficticia        Variable   Ficticia   para
optimizar;

*3) Definición de ecuaciones
equation      ecuacion_cafe_demandado  Ecuación Café demandado
              ecuacion_cafe_ofrecido   Ecuación Café Ofrecido
              ecuacion_te_demandado    Ecuación Té Demandado
              ecuacion_te_ofrecido     Ecuación Té Ofrecido
              ecuacion_equilibrio_te   Ecuación Equilibrio Té
              ecuacion_equilibrio_cafe Ecuación Equilibrio Café
ecuacion_var_ficticia      Ecuación de la variable
Ficticia;
ecuacion_cafe_demandado..      cafe_demandado=E=a+m+precio_te-
precio_cafe;
ecuacion_cafe_ofrecido..      cafe_ofrecido=E=e+precio_cafe-
c_cafe;
ecuacion_te_demandado..      te_demandado=E=b+m+precio_cafe-
precio_te;
ecuacion_te_ofrecido..      te_ofrecido=E=d+precio_te-c_te;
ecuacion_equilibrio_te..      te_demandado=E=te_ofrecido;
ecuacion_equilibrio_cafe..    cafe_demandado=E=cafe_ofrecido;
ecuacion_var_ficticia..      Ficticia=E=1;

*4) Definición del modelo
model equilibrio_dos_mercados /  ecuacion_cafe_demandado,
                                ecuacion_cafe_ofrecido,
                                ecuacion_te_demandado,
                                ecuacion_te_ofrecido,
                                ecuacion_equilibrio_te,
                                ecuacion_equilibrio_cafe
                                ecuacion_var_ficticia /;

*solución del modelo
solve equilibrio_dos_mercados maximizing Ficticia using NLP;

```

La ventana de procesos en GAMS presenta el siguiente resultado con el que sabemos que se ha encontrado una solución factible y que se ha optimizado la variable ficticia, la cual toma un valor de 1.

```

Iter Phase Ninf   Infeasibility   RGmax   NSB   Step InItr MX OK
    0    0          2.3810000000E+03 (Input point)
                                Pre-triangular equations:    1
                                Post-triangular equations:    1
    1    0          2.3800000000E+03 (After pre-processing)
    2    0          4.9609375000E+00 (After scaling)
** Feasible solution. Value of objective =    1.00000000000
  Iter Phase Ninf Objective   RGmax   NSB   Step InItr MX OK
    5    3          1.0000000000E+00 0.0E+00    0
** Optimal solution. There are no superbasic variables.

```

El resultado arrojado por GAMS es:

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
---- VAR cafe_dema~	-INF	1100.000	+INF	.
---- VAR cafe_ofre~	-INF	1100.000	+INF	.
---- VAR te_demand~	-INF	1100.000	+INF	.
---- VAR te_ofreci~	-INF	1100.000	+INF	.
---- VAR precio_te	-INF	1190.000	+INF	.
---- VAR precio_ca~	-INF	1190.000	+INF	.
---- VAR Ficticia	-INF	1.000	+INF	.

Es decir, el mismo resultado definiendo el problema como MCP. De nuevo, planteando un cambio en el costo fijo de producción del café:

```
c_cafe=c_cafe*2;
solve equilibrio_dos_mercados using MCP
```

Tendríamos los mismos resultados que bajo MCP:

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
---- VAR cafe_dema~	-INF	1066.667	+INF	.
---- VAR cafe_ofre~	-INF	1066.667	+INF	.
---- VAR te_demand~	-INF	1133.333	+INF	.
---- VAR te_ofreci~	-INF	1133.333	+INF	.
---- VAR precio_te	-INF	1223.333	+INF	.
---- VAR precio_ca~	-INF	1256.667	+INF	.
---- VAR Ficticia	-INF	1.000	+INF	.

1.3 Maximización de la utilidad

Supongamos que un agente desea maximizar su utilidad dado un nivel de ingreso. Él decide su cesta de consumo compuesta por 20 bienes. Sus preferencias vienen dadas por la función de utilidad Cobb-Douglas en logaritmos:

$$U = \sum_{i=1}^{20} \alpha_i \ln(x_i) \quad (1.4)$$

Donde el parámetro α_i es la importancia que el agente le asigna a cada bien, x_i es la cantidad de cada bien y U es el nivel de utilidad. La restricción presupuestaria que enfrenta el agente tomaría la forma:

$$m \geq \sum_{i=1}^{20} p_i x_i \quad (1.5)$$

Donde p_i es el precio de cada bien el cual es exógeno para el agente (precio-aceptante) y m su nivel de ingreso, también exógeno.

Supongamos que las variables exógenas y parámetros del modelo toman los siguientes valores:

$$p_j = 1 \quad p_z = 2 \quad m = 100 \quad \alpha_i = \frac{1}{20}$$

Donde los conjuntos j y z , que a su vez son subconjuntos de i , tienen los bienes $j = 1, 2, \dots, 10$ y $z = 11, 12, \dots, 20$, respectivamente. Adicional al problema, queremos capturar en una variable denotada g_i el porcentaje del ingreso que se gasta en cada bien.

El problema en el código de GAMS vendría dado por:

(C.1.3) Maximización de la utilidad en GAMS

*1) Definición de conjuntos y parámetros del modelo

*definición de conjuntos

```
Set i          Bienes          /bien1*bien20/
    j(i)       Primeros Bienes /bien1*bien10/
    z(i)       Segundos Bienes /bien11*bien20/;
```

*definición de parámetros

```
parameter alpha(i)  parámetro de importancia de cada bien
                   m      Ingreso
                   p(i)   Precio de cada bien;
```

```
alpha(i)=1/20;
```

```
m=1000;
```

*primeros bienes más baratos

```
p(j)=1;
```

*segundos bienes más costosos

```
p(z)=2;
```

*2) Definición de variables

```
variable          x(i)          Cantidad de cada bien
                  U              Nivel de Utilidad
                  g(i)          Participación en el
```

```
gasto;
```

*3) Definición de ecuaciones

```
equation          Utilidad          Función de Utilidad
                  Restriccion      Restricción
```

```
presupuestal
```

```
participacion(i)          Ecuación de
```

```
Participación;
```

```
Utilidad..          U=e=sum(i, alpha(i)*log(x(i)));
```

```

Restriccion..      m=g=sum(i, p(i)*x(i));
Participacion(i).. g(i)=E=p(i)*x(i)/m;
*4) Definición del modelo
model Maximizar_utilidad /all/;
*Valor mínimo para cantidades
x.lo(i)=1;
*Valor inicial para iniciar algoritmo
x.l(i)=50;
*solución del modelo
solve Maximizar_utilidad maximizing U using NLP;

```

Aspectos a tener en cuenta

Nótense los comandos `sum(i, p(i)*x(i))` y `log()`. El primero realiza una sumatoria de los elementos posteriores a la coma, en este caso el gasto en cada bien: $p(i) \cdot x(i)$ para los elementos del conjunto i . El segundo computa el logaritmo natural de la expresión en paréntesis. Igualmente, nótese el “*” asterisco en `/bien1*bien20/` con el que GAMS define los 20 elementos del conjunto sin que los definamos uno por uno.

La ventana de procesos en GAMS arroja el siguiente resultado con el que sabemos que se ha encontrado una solución factible y que se ha maximizado la utilidad:

```

Iter Phase Ninf   Infeasibility   RGmax   NSB   Step InItr MX
OK
      0   0         5.0391202301E+02 (Input point)
      1   0         5.0000000000E+02 (After pre-processing)
      2   0         9.7656250000E-01 (After scaling)
** Feasible solution. Value of objective =    2.88943734811
  Iter Phase Ninf   Objective   RGmax   NSB   Step InItr
MX OK
      20   4         3.5654494151E+00 1.6E-08   19
** Optimal solution. Reduced gradient less than tolerance.

```

El resultado arrojado por GAMS es el siguiente:

```

---- VAR x   Cantidad de cada bien
          LOWER   LEVEL   UPPER   MARGINAL
bien1    1.000   50.000   +INF   -2.38E-10
bien2    1.000   50.000   +INF   -2.73E-10
bien3    1.000   50.000   +INF   -2.73E-10
bien4    1.000   50.000   +INF   -2.73E-10
bien5    1.000   50.000   +INF   -2.73E-10
bien6    1.000   50.000   +INF   -2.73E-10
bien7    1.000   50.000   +INF   -2.73E-10

```

bien8	1.000	50.000	+INF	-2.73E-10
bien9	1.000	50.000	+INF	-2.73E-10
bien10	1.000	50.000	+INF	-2.73E-10
bien11	1.000	25.000	+INF	-2.86E-10
bien12	1.000	25.000	+INF	-2.86E-10
bien13	1.000	25.000	+INF	.
bien14	1.000	25.000	+INF	8.453E-10
bien15	1.000	25.000	+INF	8.453E-10
bien16	1.000	25.000	+INF	-5.54E-10
bien17	1.000	25.000	+INF	-1.024E-9
bien18	1.000	25.000	+INF	-1.024E-9
bien19	1.000	25.000	+INF	-1.024E-9
bien20	1.000	25.000	+INF	-1.024E-9

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
---- VAR U	-INF	3.565	+INF	.

----VAR g Participación en el gasto

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
bien1	-INF	0.050	+INF	.
bien2	-INF	0.050	+INF	.
bien3	-INF	0.050	+INF	.
bien4	-INF	0.050	+INF	.
bien5	-INF	0.050	+INF	.
bien6	-INF	0.050	+INF	.
bien7	-INF	0.050	+INF	.
bien8	-INF	0.050	+INF	.
bien9	-INF	0.050	+INF	.
bien10	-INF	0.050	+INF	.
bien11	-INF	0.050	+INF	.
bien12	-INF	0.050	+INF	.
bien13	-INF	0.050	+INF	.
bien14	-INF	0.050	+INF	.
bien15	-INF	0.050	+INF	.
bien16	-INF	0.050	+INF	.
bien17	-INF	0.050	+INF	.
bien18	-INF	0.050	+INF	.
bien19	-INF	0.050	+INF	.
bien20	-INF	0.050	+INF	.

Como se esperaba, con una función Cobb-Douglas el gasto en cada bien es proporcional a su importancia en la función de utilidad; además, las cantidades demandadas del primer grupo de bienes (más barato) son el doble que las del segundo grupo de bienes (más costosos).

1.4 Minimización de costos de producción

Supongamos que una firma con una tecnología CES minimiza los costos de producir un bien X en cuya elaboración emplea cuatro factores productivos (f_i). La función de producción vendría dada por:

$$X = A \left[\sum_{i=1}^4 \alpha_i (f_i)^\theta \right]^{\frac{1}{\theta}} \quad (1.6)$$

Donde el parámetro α_i es la importancia de cada factor en la producción, f_i es la cantidad de cada factor a emplear (endógena), A es un parámetro que captura el nivel de tecnología y X es la cantidad a producir (exógena). Por su parte se satisface que:

$$\theta = \frac{\delta - 1}{\delta} \quad (1.7)$$

Donde δ es la elasticidad de sustitución y θ es el parámetro que captura esta elasticidad en la función de producción.

La firma desea conocer las demandas condicionales óptimas⁷ de los cuatro factores para los próximos 10 periodos con el conocimiento que, en cada periodo adicional, un programa de desgravación reducirá el valor de un insumo importado pf_1 en un 5 %.

El objetivo de la firma es minimizar los costos de producción que corresponden a la sumatoria del gasto en cada factor.

$$CT = \sum_{i=1}^4 pf_i f_i \quad (1.8)$$

Donde pf_i es el precio de cada factor y CT el monto del costo total.

Supongamos que las variables exógenas y parámetros del modelo toman los siguientes valores:

⁷ Es decir, condicionales a un volumen de producción X .

$$\delta = 2 \quad pf_i = 100 \quad A = 100 \quad \alpha_i = \frac{1}{4}$$

El problema en el código de GAMS vendría dado por:

(C.1.4) Minimización del gasto en GAMS

```

*1) Definición de conjuntos y parámetros del modelo
*definición de conjuntos
Set      i      factores /factor1*factor4/
        y      años      /y1*y10/;
*definición de parámetros
parameter alpha(i)      Parámetro de importancia de cada factor
        theta          Parámetro que contiene la elasticidad
sustitución
        delta          Elasticidad de sustitución
        A              Parámetro de Tecnología
        pf(i)         Precio de cada factor
        X              Cantidad a producir;
alpha(i)=1/4;
delta=2;
theta=(delta-1)/delta;
A=100;
pf(i)=100;
X=1000;
*2) Definición de variables
variable      f(i)          Cantidad de cada factor
              CT            Costos de Producción;
*3) Definición de ecuaciones
equation      Funcion_produccion  Función de producción
              Funcion_Costos     Función de Costos a
minimizar;
Funcion_produccion..  X=E=A*(sum(i, alpha(i)*f(i)**theta)
)**(1/theta);
Funcion_Costos..     CT=E=sum(i, pf(i)*f(i));
*4) Definición del modelo
model Minimizar_costos /all/;
*Valor mínimo para factores
f.lo(i)=0.0001;
*Valor inicial para iniciar algoritmo
f.l(i)=5;
*parametros para almacenar resultados
parameter factores_year(y,i) demanda de factores por año
        pfactores_year(y,i) precio de factores por año
*ciclo para computar la simulación para los 10 años
loop(y,
*solución del modelo
solve Minimizar_costos minimizing CT using NLP;
*almacenamos información

```



```

factores_year(y,i)=f.l(i);
pfactores_year(y,i)=pf(i);
*cambio en el precio %5 menos por periodo
pf("factor1")=0.95*pf("factor1");
);
*mostramos parámetro con resultados
display factores_year, pfactores_year;

```

Aspectos a tener en cuenta

Es importante destacar el uso de “**”, expresión que equivale a “elevado a”. En ocasiones puede resultar más conveniente el uso de los comandos para exponentes: `cvPower(X,y)`, `rPower(X,y)` o `Power(X,y)` dependiendo de si la base o la potencia cumple con ciertas condiciones⁸. Igualmente, se ha empleado el comando `loop(y,)` para hacer la simulación para los 10 periodos que corresponden a la dimensión de `y` (año), al igual que el almacenamiento de la información en unos parámetros previamente definidos fuera del `loop`, ya que no se pueden definir parámetros dentro de este. Nótese que al almacenar los datos encontrados por el modelo empleamos la terminación `.l` para llamar el resultado puntual de una variable. Posteriormente un `display` de estos parámetros (siempre se omiten las dimensiones al dar el comando `display`) permite encontrar la evolución en la que estamos interesados. Los resultados se presentan a continuación.

PARAMETER	factores_year	demanda de factores por año			
	factor1	factor2	factor3	factor4	
y1	10.000	10.000	10.000	10.000	10.000
y2	10.794	9.742	9.742	9.742	9.742
y3	11.640	9.481	9.481	9.481	9.481
y4	12.539	9.217	9.217	9.217	9.217
y5	13.493	8.952	8.952	8.952	8.952
y6	14.504	8.684	8.684	8.684	8.684
y7	15.574	8.415	8.415	8.415	8.415
y8	16.703	8.146	8.146	8.146	8.146
y9	17.894	7.876	7.876	7.876	7.876
y10	19.147	7.605	7.605	7.605	7.605

⁸ Véase MCCARL. *GAMS User Guide* para mayor información al respecto de su uso.

----	PARAMETER	pfactores_year precio de factores por año			
	factor1	factor2	factor3	factor4	
y1	100.000	100.000	100.000	100.000	
y2	95.000	100.000	100.000	100.000	
y3	90.250	100.000	100.000	100.000	
y4	85.737	100.000	100.000	100.000	
y5	81.451	100.000	100.000	100.000	
y6	77.378	100.000	100.000	100.000	
y7	73.509	100.000	100.000	100.000	
y8	69.834	100.000	100.000	100.000	
y9	66.342	100.000	100.000	100.000	
y10	63.025	100.000	100.000	100.000	

En el primer periodo, al tener todos los factores la misma importancia en la función de producción y el mismo precio, su demanda condicionada es idéntica. Sin embargo, en la medida en que se reduce el precio del primer factor su demanda se incrementa en detrimento de los demás factores. Para el último año la caída de 37 % en el precio casi duplica la demanda de este factor, la cual pasa de 10 a 19.1 unidades.

Anexo 1.1

En este anexo se dan algunos consejos en el evento que el código creado tenga errores.

Existen tres tipos de error en GAMS, de los cuales, el más típico y el que suele suceder en las primeras etapas de redacción del código es el error de compilación. Antes de iniciar el algoritmo de solución, GAMS verifica que la redacción del código sea la adecuada. Problemas comunes, entre otros, surgen cuando se omite algún punto y coma “;” que finaliza una sentencia o comando, se omite un paréntesis, se declaran erróneamente las ecuaciones (por ejemplo sin =E=, =G=, o =L=) o la notación de conjuntos no es manejada adecuadamente, ya sea en variables o en ecuaciones. En este tipo de errores la ventana de procesos de GAMS arroja el siguiente aviso en rojo:

```
*** Error ## in C:\XXX\XXX.gms
```

Donde ## es el código del tipo de problema, el cual puede ser consultado en las guías de GAMS. Sin embargo, el programa también da una posible pista de la naturaleza del error, la cual es explicada a continuación del aviso y que en todo caso se sugiere leer. En este tipo de errores resulta de bastante utilidad el hecho que al hacer doble clic al aviso en rojo, GAMS ubica al usuario en la línea de código donde encontró el problema, lo que facilita su arreglo.

Es de resaltar que, cuando varios de estos avisos se muestran, siempre es recomendable solucionar antes que nada el primer error en la lista, ya que con bastante probabilidad la solución de ese error puede corregir aparentes problemas de compilación en líneas de código posteriores.

El segundo tipo de errores en GAMS se denomina error de ejecución. Este ocurre cuando los límites o valores iniciales de las variables generan problemas; por ejemplo: cuando se da un valor inicial negativo o cero y este se evalúa en un logaritmo, cuando se evalúan ceros en denominadores. La salida de la ventana de procesos en estos casos muestra un aviso en azul como los siguientes:

```
*** Error at line ##: rPower: FUNC DOMAIN: x**y, x < 0
```

```
*** Error at line ##: division by zero (0)
```

Donde ## es la línea del código en la que se encuentra el problema y la siguiente parte del aviso de error es el problema que GAMS encontró. Una nueva definición de límites o una revisión de las expresiones en las que aparece el problema ayudan en la solución de este tipo de errores.

El último tipo de problema surge cuando GAMS no encuentra una solución, la solución que encuentra no es factible o el problema no está acotado (una variable toma el valor máximo posible para GAMS). En este caso la ventana de procesos no arroja un mensaje de error, pero muestra un mensaje como alguno de los siguientes después de emplear el solver:

```
** Infeasible solution. Reduced gradient less than tolerance.
```

```
** Domain error(s) in nonlinear functions.
```

```
    Check bounds on variables.
```

```
** Unbounded solution. A variable has reached 'Infinity'.
```

```
    Largest legal value (Rtmaxv) is 1.00E+10
```

En este caso se sugiere revisar la consistencia del modelo. Se debe pensar en si hay tantas ecuaciones como variables o si es optimización si la variable objetivo fue correctamente especificada. En todo caso resulta bastante útil revisar la sección Model Statistics del archivo .lst⁹ para identificar el

⁹ El archivo .lst es aquel en que siempre vemos la solución del modelo.

tamaño del modelo y posibles errores: ecuaciones que faltan, variables que faltan, etc.

CAPÍTULO 2

ELEMENTOS BÁSICOS DE UNA ECONOMÍA EN EQUILIBRIO GENERAL

El arquetipo de economía que se maneja en los MEGC es la del equilibrio walrasiano presentada en los cursos de asignación de recursos. En esta existe un conjunto de Hogares y de Firms, precio-aceptantes, que se guían por la lógica racional maximizadora. Sus elecciones de consumo y producción dependen enteramente de los precios que prevalecen en el mercado, por lo que las decisiones de otros agentes son irrelevantes desde el punto de vista individual.

Los mercados se equilibran, es decir, las necesidades de consumo (demandas de bienes) se satisfacen con la producción disponible (oferta de bienes). Igualmente, las demandas de factores se equiparan a sus respectivas ofertas. El mecanismo que permite alcanzar el vaciamiento del mercado es el sistema de precios (de bienes o de factores).

Este capítulo se divide en dos partes. En la primera se construyen las ecuaciones que definen el comportamiento de los agentes y que conducen al equilibrio de una economía sencilla de dos bienes y dos factores. En la segunda se presenta el código en GAMS que resuelve, para un conjunto de valores de parámetros y variables exógenas, el equilibrio de la economía, y posteriormente se comentan sus peculiaridades, sus resultados y algunas simulaciones.

2.1 El modelo básico

A continuación se presenta un modelo básico de equilibrio general de dos sectores productivos y un único hogar. El modelo tiene dos bienes y dos factores productivos con una oferta inelástica. Los problemas de Firms y Hogares se plantean de forma general o con formas funcionales específicas, con el fin de determinar un equilibrio en particular: la solución numérica en GAMS para un vector de parámetros y variables exógenas.

2.1.1 Producción

Cada uno de los dos sectores en la economía tiene una única firma precio-aceptante, que cuenta con una tecnología sintetizada en su función de producción. Esta emplea capital y trabajo en la producción de un único tipo

de bien. Su objetivo es maximizar los beneficios derivados de la producción, es decir, la diferencia entre sus ingresos y sus costos.

El problema de cada firma consiste en elegir óptimamente la cantidad de trabajo (L_i), capital (K_i) y producto (x_i), variables endógenas, que maximicen sus beneficios, sujeto a su tecnología de producción. Cada firma toma como dados todos los precios (bienes y factores) p_i, r, w (variables exógenas).

$$\begin{aligned} \max_{x_i, L_i, K_i \in \mathbb{R}_+} \quad & \pi_i = p_i x_i - r K_i - w L_i \\ \text{s. a.} \quad & x_i = x_i(K_i, L_i) \end{aligned} \quad (2.1)$$

La solución del problema implicaría unas demandas no condicionadas de factores L_i^D, K_i^D y una función de oferta x_i^S para $i = 1, 2$:

$$\begin{aligned} & x_i^S(r, w, p_i) \\ & K_i^D(r, w, p_i) \\ & L_i^D(r, w, p_i) \end{aligned} \quad (2.2)$$

Los beneficios (π_i) surgirían como el resultado de evaluar los óptimos encontrados en la función objetivo:

$$\pi_i^*(L_i^D, K_i^D, x_i^S) = \pi_i^*(r, w, p_i) \quad (2.3)$$

Ejemplo 2.1

Supongamos que la tecnología de la firma viene dada por una función de producción Cobb-Douglas: $x_i(L_i, K_i) = A_i K_i^{\alpha_i} L_i^{\beta_i}$ donde A_i es la productividad total de factores (PTF), usualmente denominada nivel de tecnología de cada firma y α_i y β_i las elasticidades capital-producto y trabajo-producto respectivamente para la firma i . El problema consistiría en:

$$\begin{aligned} \max_{x_i, L_i, K_i \in \mathbb{R}_+} \quad & \pi_i = p_i x_i - r K_i - w L_i \\ \text{s. a.} \quad & x_i(L_i, K_i) = A_i K_i^{\alpha_i} L_i^{\beta_i} \end{aligned} \quad (2.4)$$

Las demandas no condicionadas de factores y la oferta de la firma i (resultado de reemplazar las demandas en la función de producción) serían:

$$K_i^D(r, w, p_i) = \left[\left(\frac{w}{\beta_i} \right)^{\beta_i} \left(\frac{\alpha_i}{r} \right)^{\beta_i - 1} \left(\frac{1}{A_i p_i} \right) \right]^{\frac{1}{\alpha_i + \beta_i - 1}} \quad (2.5)$$

$$L_i^D(r, w, p_i) = \left[\left(\frac{\beta_i}{w} \right)^{\alpha_i - 1} \left(\frac{r}{\alpha_i} \right) \left(\frac{1}{A_i p_i} \right) \right]^{\frac{1}{\alpha_i + \beta_i - 1}}$$

$$x_i^S(L_i^*, K_i^*) = x_i^*(r, w, p_i) = \left[\frac{A_i P^{(\alpha_i + \beta_i)} \alpha_i^{\alpha_i} \beta_i^{\beta_i}}{r^{\alpha_i} w^{\beta_i}} \right]^{\frac{1}{1 - \alpha_i - \beta_i}}$$

Nótese que en el caso de funciones de producción con rendimientos constantes a escala (y estas son las que utilizaremos en los MEGC) estas demandas quedarían indeterminadas (ya que $\alpha_i + \beta_i - 1 = 0$). El hecho de que no podamos llegar a una formulación específica obliga, sin pérdida de generalidad, a plantear las condiciones de primer orden del problema como sustituto de estas demandas. Igualmente, para la oferta plantearíamos la función de producción¹⁰. Esto daría en nuestro ejemplo las ecuaciones:

$$\begin{aligned} p_i \alpha_i A_i (L_i^D)^{\beta_i} (K_i^D)^{\alpha_i - 1} &= r \\ p_i \beta_i A_i (K_i^D)^{\alpha_i} (L_i^D)^{\beta_i - 1} &= w \\ x_i^S &= A_i (K_i^D)^{\alpha_i} (L_i^D)^{\beta_i} \end{aligned} \quad (2.6)$$

Donde L_i^D y K_i^D serían las demandas de factores y x_i^S la oferta de los bienes $i=1,2$. Haría falta el beneficio de las Firmas en cada sector que, como se desprende de la siguiente demostración, es cero, dadas las funciones de producción usadas.

Beneficios de la producción con rendimientos constantes a escala

El beneficio de cada firma en el caso de funciones de producción con rendimientos constantes a escala, y en un escenario de competencia perfecta, es nulo como se prueba a continuación.

Demostración

Supongamos que se cuenta con la tecnología de producción $X = X(y_1, y_2, \dots, y_n)$ donde X es el nivel de producto, y_i es el insumo de producción i .

¹⁰ Nótese que el procedimiento de emplear las condiciones de primer orden en vez de despejar las elecciones óptimas se puede realizar igualmente para cualquier problema, ya que el algoritmo de solución numérico en GAMS se encarga de encontrar el valor puntual de las variables endógenas en lugar de que el modelador despeje manualmente.

Según el teorema de Euler para funciones homogéneas, si la función de producción tiene grado de homogeneidad m y es derivable se debe satisfacer que:

$$(m)X = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial X(y_1, y_2, \dots, y_n)}{\partial y_i} \right) y_i$$

Es decir que m veces la oferta (producción) equivale a la sumatoria de los productos marginales de cada insumo multiplicados por la cantidad del insumo. Esta condición, en el caso de rendimientos constantes a escala, o lo que es lo mismo, homogeneidad de grado uno ($m=1$), daría:

$$X = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial X(y_1, y_2, \dots, y_n)}{\partial y_i} \right) y_i \quad (2.7)$$

Ahora bien, el problema de maximización de cada firma equivale a:

$$\begin{aligned} \max_{x, y_i \in \mathbb{R}_+} \pi &= p_x X - p_{y_i} \sum_{i=1}^n y_i & (2.8) \\ \text{s. a. } X &= X(y_1, y_2, \dots, y_n) \end{aligned}$$

Donde π es el beneficio de la firma que produce el bien X y p_x y p_{y_i} son los precios del bien producido y de los insumos respectivamente. Las condiciones de primer orden del problema de maximización de beneficios bajo competencia perfecta implican:

$$\frac{\partial X(y_1, y_2, \dots, y_n)}{\partial y_i} = \frac{p_{y_i}}{p_x} \quad \forall i = 1, 2, \dots, n \quad (2.9)$$

Remplazando estas relaciones de precios de 2.9 en las productividades marginales de 2.7 tendríamos:

$$X = \sum_{i=1}^n \left(\frac{p_{y_i}}{p_x} \right) y_i \quad (2.10)$$

Por último, remplazando X de 2.10 en la función de beneficios 2.8 y simplificando tendríamos:

$$\pi = p_x \sum_{i=1}^n \left(\frac{p_{y_i}}{p_x} \right) y_i - p_{y_i} \sum_{i=1}^n y_i \quad (2.11)$$

$$\pi_i = 0 \blacksquare$$

2.1.2 Hogares

Los Hogares en esta economía se reducen a un único agente precio-aceptante. Este tiene unas preferencias que se pueden representar por una función de utilidad con dos argumentos: x_1 y x_2 , los bienes consumidos.

$$U = U(x_1, x_2) \quad (2.12)$$

Para que exista equilibrio en una economía con producción se debe satisfacer que:

$$\frac{\partial U(x_1, x_2)}{\partial x_i} > 0 \quad \forall x_i$$

Es decir que la utilidad sea creciente en x_i o, lo que es lo mismo, que la utilidad marginal de cada uno de los bienes sea estrictamente positiva.

La elección del hogar está restringida por su ingreso, el cual corresponde únicamente a las remuneraciones de los factores productivos capital (K^S) y trabajo (L^S) que por simplicidad son ofrecidos por los Hogares de manera inelástica, debido a que, como se mostró en el apartado anterior, los beneficios (que usualmente corresponden a ingresos de los Hogares por propiedad de las Firmas) son cero. En ese sentido, la restricción de este agente vendría dada por:

$$rK^S + wL^S \geq p_1x_1 + p_2x_2 \quad (2.13)$$

Donde r es la remuneración del capital, w es la remuneración al trabajo y p_1 y p_2 son los precios de los dos bienes que el agente consume. La primera parte de la desigualdad representa los ingresos del hogar, mientras que la segunda representa sus gastos.

Así, el problema del hogar se reduce a encontrar las cantidades de bienes, x_1 y x_2 (variables endógenas), que maximizan su utilidad. Igualmente, toma como dados r, w, K^S, L^S, p_1, p_2 (variables exógenas).

$$\begin{aligned} \max_{x_1, x_2 \in \mathbb{R}_+} U &= U(x_1, x_2) & (2.14) \\ \text{s. a. } rK^S + wL^S &\geq p_1x_1 + p_2x_2 \end{aligned}$$

La solución del problema implica unas funciones de demanda de bienes (demandas marshallianas):

$$x_i^*(r, w, K^S, L^S, p_1, p_2) \quad (2.15)$$

Continuación ejemplo 2.1

Supongamos que las preferencias del hogar vienen dadas por la conocida función de utilidad Cobb-Douglas $U(x_1, x_2) = x_1^{\phi_1} x_2^{\phi_2}$. Donde ϕ_1 y ϕ_2 son parámetros que representan la importancia de cada bien para el hogar. El problema consistiría en:

$$\begin{aligned} \max_{x_1, x_2 \in \mathbb{R}_+} U(x_1, x_2) &= x_1^{\phi_1} x_2^{\phi_2} & (2.16) \\ \text{s. a. } rK^S + wL^S &\geq p_1x_1 + p_2x_2 \end{aligned}$$

Las demandas marshallianas tendrían la forma:

$$\begin{aligned} x_1^D(r, w, K^S, L^S, p_1) &= \frac{\phi_1 [rK^S + wL^S]}{(\phi_1 + \phi_2)p_1} \\ x_2^D(r, w, K^S, L^S, p_2) &= \frac{\phi_2 [rK^S + wL^S]}{(\phi_1 + \phi_2)p_2} \end{aligned} \quad (2.17)$$

2.1.3 Equilibrio general

Las elecciones individuales se agregan en un sistema de ecuaciones para vaciar los mercados. En este caso existen cuatro mercados: dos de bienes y dos de factores productivos. El equilibrio en cada uno implica la igualdad de ofertas y demandas.

$$\begin{aligned} x_i^D &= x_i^S \quad \forall i = 1, 2 \\ K_1^D + K_2^D &= K^S \\ L_1^D + L_2^D &= L^S \end{aligned} \quad (2.18)$$

Estas cuatro ecuaciones, al igual que aquellas en 2.6 y 2.17, permiten encontrar los precios de los dos bienes y los dos factores al igual que las cantidades (ofrecidas y demandadas) de equilibrio. El sistema completo, que comprende doce ecuaciones, quedaría de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}
 x_i^S &= A_i (K_i^D)^{\alpha_i} (L_i^D)^{\beta_i} \\
 p_i \alpha_i A_i (L_i^D)^{\beta_i} (K_i^D)^{\alpha_i - 1} &= r \\
 p_i \beta_i A_i (K_i^D)^{\alpha_i} (L_i^D)^{\beta_i - 1} &= w \\
 x_i^D &= \frac{\phi_i [rK^S + wL^S]}{(\phi_1 + \phi_2)p_i} \\
 x_i^D &= x_i^S \\
 K_1^D + K_2^D &= K^S \\
 L_1^D + L_2^D &= L^S \\
 \forall i &= 1,2
 \end{aligned} \tag{2.19}$$

Las variables endógenas del modelo serían igualmente doce: cuatro precios y ocho cantidades:

$$\begin{aligned}
 x_i^D, x_i^S, K_i^D, L_i^D, p_i \quad \forall i = 1,2 \\
 r, w
 \end{aligned} \tag{2.20}$$

De los cuatro precios establecemos un numerario, es decir, arbitrariamente fijamos uno de ellos para que los otros tres precios queden expresados con relación a este. Esto se debe a que, para este sistema, la ley de Walras¹¹ implica que, si hay n mercados y se satisface que $n-1$ de ellos están en equilibrio, el n -ésimo mercado también lo está, de lo que se desprende que una de las ecuaciones es redundante.

Las variables exógenas y parámetros del modelo serían:

$$\begin{aligned}
 A_i, \alpha_i, \beta_i, \phi_i \quad \forall i = 1,2 \\
 K^S, L^S
 \end{aligned} \tag{2.21}$$

¹¹ Véase VARIAN (1993) para un análisis a mayor profundidad de las implicaciones de la ley de Walras.

2.2 El modelo básico en GAMS

Supongamos que los parámetros en GAMS toman los valores

$$A_i = 1 \quad \alpha_i = \frac{1}{2} \quad \beta_i = \frac{1}{2} \quad \phi_i = \frac{1}{2}$$

$$K^S = 10000 \quad L^S = 100$$

El código del modelo que se compone de las cuatro secciones enunciadas en el capítulo 2 se presenta en C.2.1. En él se emplea la transformación del problema de un sistema de ecuaciones a uno de optimización de una variable denominada ficticia, tal y como se presentó en la sección 1.2.1.

(C.2.1) Modelo de Equilibrio General básico en GAMS

*1) Definición de conjuntos y parámetros del modelo

```
*definición de conjuntos
set      i  bienes /bien1, bien2/;
*otro nombre para el conjunto i
alias (i,j);
*definición de parámetros
parameter  A(i)          Parámetro de tecnología en f. de
producción
           alpha(i)     Parámetro elasticidad capital producto
           beta(i)      Parámetro elasticidad trabajo producto
           Ks            Stock de Capital ofrecido
inelásticamente
           Ls           Trabajo ofrecido inelásticamente
           phi(i)       Parámetro en función de utilidad;

A(i)=1;
alpha(i)=1/2;
beta(i)=1/2;
Ks=10000;
Ls=100;
phi(i)=1/2;
```

*2) Definición de variables

```
variable
           xs(i)        Cantidad de cada bien ofrecida
           Kd(i)        Cantidad de Capital demandado por cada
firma
           Ld(i)        Cantidad de Trabajo demandado por cada
firma
           p(i)         Precio de cada bien
           w            Remuneración al Trabajo
           r            Remuneración al Capital
           xd(i)        Cantidad de cada bien demandada
Ficticia  Variable Ficticia para optimizar;
```

*3) Definición de ecuaciones

```
equation Eq_oferta_bienes(i) Oferta de bienes F. de producción
```

```

Eq_dem_K(i)           Condición de primer orden capital
Eq_dem_L(i)           Condición de primer orden trabajo
Eq_dem_bienes(i)     Demandas de bienes de Hogares
Eq_equil_bienes(i)   Equilibrio en mercado de Bienes
Eq_equil_trabajo     Equilibrio en mercado de Trabajo
Eq_equil_capital     Equilibrio en mercado de Capital
Eq_ficticia          Ecuación de la variable ficticia;
Eq_oferta_bienes(i)..
xs(i)=E=A(i)*(Kd(i)**alpha(i))*(Ld(i)**beta(i));
Eq_dem_K(i)..
p(i)*alpha(i)*A(i)*(Ld(i)**beta(i))*(Kd(i)**(alpha(i)-
1))=E=r;
Eq_dem_L(i)..
p(i)*beta(i)*A(i)*(Kd(i)**alpha(i))*(Ld(i)**(beta(i)-1))
=E=w;
Eq_dem_bienes(i)..
xd(i)=E=(phi(i)*(r*Ks+w*Ls))/(sum(j,phi(j))*p(i));
Eq_equil_bienes(i)..   xd(i)=E=xs(i);
Eq_equil_trabajo..    sum(i,Ld(i))=E=Ls;
Eq_equil_capital..    sum(i,Kd(i))=E=Ks;
Eq_ficticia..         Ficticia=E=1;
*4) Definición del modelo
*Valores Mínimos
Ld.lo(i)=0.001;
Kd.lo(i)=0.001;
xd.lo(i)=0.001;
xs.lo(i)=0.001;
p.lo(i)=0.001;
*Valores Iniciales
Ld.l(i)=100;
Kd.l(i)=100;
xd.l(i)=100;
xs.l(i)=100;
*numerario
p.fx("bien1")=1;
model Equilibrio_General /all/;
solve Equilibrio_General maximizing Ficticia using NLP;

```

Aspectos a tener en cuenta

Son de destacar el uso del comando `alias`, los valores iniciales y mínimos para algunas variables y la fijación del numerario. En el caso del primero, nótese que en el denominador de las ecuaciones 2.6, aquellas de las demandas de bienes que hace el hogar, se debe hacer la suma de los α_i sobre el conjunto i . Como la ecuación `dem_bienes(i)` en el código de GAMS ya está definida sobre este conjunto, lo que hacemos es generar un “apodo”, un nombre

adicional para llamar al mismo conjunto; este es denominado j . El comando para implementarlo es `alias (i,j)`; ubicado en la sección de definición de conjuntos, el cual permite que se haga la suma de los dos ϕ_i , `sum(j, phi(j))`, dentro de la ecuación definida sobre el conjunto i .

En el caso de los valores mínimos e iniciales, debido a que en las condiciones de primer orden de la firma hay exponentes y dada nuestra elección de valores de K y L , le sugerimos a GAMS que inicie el algoritmo con unos valores de 100 para ambos factores y que los valores mínimos son de 0.001, con ellos se evita evaluar bases negativas o cero. Un análisis similar invita a poner el límite inferior al precio en 0.001, en este caso queremos evitar que evalúe un precio de cero en la demanda de bienes. Nótese que estos condicionamientos pueden ser restrictivos, por ejemplo en modelos en que el precio sea inferior a 0.001, por lo que GAMS arrojaría un aviso de “**Infeasible solution”. Depende del modelador identificar en qué casos se deben aplicar estas restricciones al igual del valor del `Initial Guess`.

Por último definimos el precio del primer bien como numerario. Para ello empleamos la instrucción `p.fx("bien1")=1`; la cual obliga al precio del bien a tomar el valor de 1. Es necesario recordar que esta instrucción solo se puede dar en ambiente de un problema NLP. Igualmente, y como es de esperarse, la decisión de numerario solo afecta los precios en términos absolutos, mas no las cantidades de equilibrio ni los precios relativos.

2.2.1 Resultados

La ventana de procesos en GAMS arroja el siguiente resultado con el que sabemos que se ha encontrado una solución factible y que se ha maximizado la Variable Ficticia, la cual por construcción toma el valor de uno:

```
** Feasible solution. Value of objective =      1.00000000000
   Iter Phase Ninf      Objective      RGmax      NSB      Step InItr
MX OK
      20   3          1.0000000000E+00 0.0E+00        1
** Optimal solution. Reduced gradient less than tolerance.
```

Este aviso de solución factible debe aparecer siempre para considerar los valores de las variables en GAMS como una solución. De no aparecer, lo que GAMS presenta es el último intento del algoritmo de solucionar el sistema.

Los resultados vendrían dados por:

```

---- VAR xs Cantidad de cada bien ofrecida
      LOWER      LEVEL      UPPER      MARGINAL
bien1    0.001    500.000    +INF      .
bien2    0.001    500.000    +INF      .

---- VAR Kd Cantidad de Capital demandado por cada firma
      LOWER      LEVEL      UPPER      MARGINAL
bien1    0.001    5000.000    +INF      .
bien2    0.001    5000.000    +INF      .

---- VAR Ld Cantidad de Trabajo demandado por cada firma
      LOWER      LEVEL      UPPER      MARGINAL
bien1    0.001     50.000    +INF      .
bien2    0.001     50.000    +INF      .

---- VAR p Precio de cada bien
      LOWER      LEVEL      UPPER      MARGINAL
bien1    1.000     1.000     1.000     EPS
bien2    0.001     1.000    +INF      .

      LOWER      LEVEL      UPPER      MARGINAL
---- VAR w          -INF      5.000    +INF      .
---- VAR r          -INF      0.050    +INF      .
---- VAR Ficticia  -INF      1.000    +INF      .
      w Remuneración al Trabajo
      r Remuneración al Capital
      Ficticia Variable Ficticia para optimizar

---- VAR xd Cantidad de cada bien demandada
      LOWER      LEVEL      UPPER      MARGINAL
bien1    0.001    500.000    +INF      .
bien2    0.001    500.000    +INF      .

```

Al ser un problema simétrico¹², la producción de cada bien es idéntica, al igual que la demanda de cada factor por parte de cada firma. Nótese que los límites inferiores definidos, así como el numerario, se presentan en los resultados de los límites inferior (LOWER) y superior (UPPER). La variable ficticia toma el valor de 1; los cuatro mercados (dos de bienes y dos de factores) están en equilibrio y por último la abundancia de capital relativo al trabajo hace que la remuneración del primero sea menor que la de este último.

¹² Es decir, la importancia de los bienes en la función de utilidad es la misma y la importancia de capital y trabajo en la producción es la misma.

2.3 Simulaciones

El objetivo al construir cualquier MEGC es simular los efectos sobre el equilibrio de la economía de cambios en alguna o varias de las variables exógenas. En ese sentido, supongamos que en nuestro modelo de equilibrio general a) incrementamos el nivel de tecnología en la producción del bien 1 en un 20 %, b) de manera independiente de la simulación anterior, aumentamos la oferta laboral en 30 unidades. Estos dos casos se analizan a continuación.

2.3.1 Avance tecnológico

El código adicional en GAMS para llevar a cabo la simulación, es decir, incrementar el parámetro de la PTF para la producción del primer bien y que debe ubicarse al final del anterior código, es el siguiente:

```
A("bien1")=A("bien1")*1.2;
solve Equilibrio_General maximizing Ficticia using NLP;
```

Los nuevos resultados vendrían dados por:

```
---- VAR xs Cantidad de cada bien ofrecida
      LOWER    LEVEL    UPPER    MARGINAL
bien1  100.000   600.000   +INF     .
bien2  100.000   500.000   +INF     .

---- VAR Kd Cantidad de Capital demandado por cada firma
      LOWER    LEVEL    UPPER    MARGINAL
bien1   0.001  5000.000   +INF     .
bien2   0.001  5000.000   +INF     .

---- VAR Ld Cantidad de Trabajo demandado por cada firma
      LOWER    LEVEL    UPPER    MARGINAL
bien1   0.001   50.000   +INF     .
bien2   0.001   50.000   +INF     .

---- VAR p Precio de cada bien
      LOWER    LEVEL    UPPER    MARGINAL
bien1   1.000   1.000   1.000    EPS
bien2   1.000   1.200   +INF     .

      LOWER    LEVEL    UPPER    MARGINAL
---- VAR w          -INF     6.000   +INF     .
---- VAR r          -INF     0.060   +INF     .
```



```

---- VAR Ficticia      -INF      1.000      +INF      .
  w Remuneración al Trabajo
  r Remuneración al Capital
  Ficticia Variable Ficticia para optimizar

---- VAR xd Cantidad de cada bien demandada
      LOWER      LEVEL      UPPER      MARGINAL
bien1  100.000    600.000    +INF      .
bien2  100.000    500.000    +INF      .

```

Como era de esperarse, la oferta del bien 1, con la nueva tecnología (y dado que en el nuevo equilibrio se emplea la misma cantidad de factores productivos en ambos sectores) es mayor. La mayor oferta reduce el precio relativo del bien 1 o, lo que es lo mismo, dado que el precio del bien 1 es el numerario, aumenta el precio relativo del bien 2. En este caso el incremento en 20 % del nivel de tecnología del bien 1 incrementa el precio relativo del bien 2 en 20 %. La mayor PTF incrementa los productos marginales de los factores, por lo que su remuneración se incrementa un 20 %. Esta mayor remuneración incrementa el ingreso de los Hogares en un 20 % (dada la misma oferta inelástica de factores), lo cual permite incrementar el consumo.

2.3.2 Aumento de la oferta laboral

Para incrementar la oferta inelástica de trabajo en 30 unidades introducimos las siguientes líneas al finalizar el código 2.1 y no incluimos las líneas del ejercicio de simulación anterior para que no haga simultáneamente los dos cambios.

```

Ls=Ls+30;
solve Equilibrio_General maximizing Ficticia using NLP;

```

Los resultados bajo esta simulación vendrían dados por:

```

---- VAR xs Cantidad de cada bien ofrecida
      LOWER      LEVEL      UPPER      MARGINAL
bien1  100.000    570.088    +INF      .
bien2  100.000    570.088    +INF      .

---- VAR Kd Cantidad de Capital demandado por cada firma
      LOWER      LEVEL      UPPER      MARGINAL
bien1  0.001      5000.000    +INF      .
bien2  0.001      5000.000    +INF      .

```

```

---- VAR Ld Cantidad de Trabajo demandado por cada firma
      LOWER      LEVEL      UPPER      MARGINAL
bien1  0.001      65.000      +INF      .
bien2  0.001      65.000      +INF      .

---- VAR p Precio de cada bien
      LOWER      LEVEL      UPPER      MARGINAL
bien1  1.000      1.000      1.000      EPS
bien2  0.001      1.000      +INF      .

      LOWER      LEVEL      UPPER      MARGINAL
---- VAR w          -INF      4.385      +INF      .
---- VAR r          -INF      0.057      +INF      .
---- VAR Ficticia   -INF      1.000      +INF      .
      w Remuneración al Trabajo
      r Remuneración al Capital
      Ficticia Variable Ficticia para optimizar

---- VAR xd Cantidad de cada bien demandada
      LOWER      LEVEL      UPPER      MARGINAL
bien1  100.000     570.088      +INF      .
bien2  100.000     570.088      +INF      .

```

La mayor oferta laboral incrementa la oferta agregada. Igualmente, reduce la productividad del trabajo e incrementa la del capital con un efecto proporcional sobre las remuneraciones de estos factores, el salario cae y la remuneración al capital se incrementa. El ingreso laboral crece de 500 ($wL^S=5(100)$) a 570 ($wL^S=4.385(130)$) debido a que la mayor oferta laboral compensa la caída en los salarios. El crecimiento en ingresos laborales y no laborales (remuneración al capital) incrementa el consumo de cada bien en la misma proporción.

CAPÍTULO 3

MATRIZ DE CONTABILIDAD SOCIAL

Recordemos que el proceso para la construcción de un MEGC se divide a grandes rasgos en dos etapas, la primera es la creación de una Matriz de Contabilidad Social (MCS) que capture las transacciones de la economía a analizar. La segunda es el empleo de esta matriz, información adicional y un modelo teórico para calibrar los parámetros del modelo y realizar las simulaciones a que haya lugar de acuerdo con los intereses del investigador.

Este capítulo busca presentar los elementos constitutivos de una MCS, su construcción a partir de la información de contabilidad nacional y las técnicas para su balanceo. El mismo se divide en cinco partes. En la primera se presentan algunas ideas preliminares de los elementos de una MCS. En la segunda las transacciones en la economía de Robinson Crusoe se trasladan a una MCS. En la tercera se presenta la MCS de una economía ficticia más desarrollada. En la cuarta se presentan los pasos para la construcción de una MCS para Colombia a partir de los datos publicados por el Dane. En la última se presentan dos metodologías de balanceo en el caso en que existan incongruencias entre ingresos y gastos para uno o varios sectores institucionales.

3.1 Preliminares

La MCS se define como una matriz que registra las transacciones monetarias realizadas entre los agentes, denominados en ocasiones sectores institucionales, y representa un equilibrio estático de dicha matriz para un periodo dado. La MCS busca sintetizar la faceta productiva y distributiva de una economía en una matriz cuadrada. Cada posición de la matriz (i,j) representa un ingreso para el agente-sector i (fila) y un gasto para el agente-sector j (columna). A grandes rasgos cinco categorías se tienen en cuenta en la MCS: Actividades, Bienes, Factores, Instituciones, Inversión-Ahorro.

Debido a que la MCS incluye todos los posibles usos de los recursos recibidos como ingreso por cada agente-sector, ya sean gastos, transferencias o ahorro, se debe sostener la igualdad entre la suma de la fila i (ingresos de i) con la suma de la columna j (gastos de j) para todo $i=j$.

3.2 La economía de Robinson Crusoe

El modelo económico de equilibrio general más simplificado de nuestros cursos de microeconomía es el de Robinson Crusoe. Aquí se emplea este ejemplo sencillo para hacer la configuración de una MCS.

En esta economía Robinson actúa como hogar, demandando cocos, y como firma, produciéndolos, con ingresos derivados de su oferta del factor productivo trabajo. Supongamos que Robinson recibe como salarios 100 unidades monetarias (UM), no ahorra y por ende realiza un gasto de 100 UM en cocos. En la MCS de esta economía, la cual se presenta en la tabla 3.1, encontraríamos cuatro categorías: en actividades, tendríamos el sector Agricultura, en bienes tendríamos sector Cocos, en factores tendríamos Trabajo y en Hogares tendríamos a Robinson.

Tabla 3.1. La economía de Robinson-Crusoe

			Gastos de:				Total
			Actividad	Bienes	Factores	Hogar	
			Agricultura	Cocos	Trabajo	Robinson	
Ingresos de:	Actividad	Agricultura		100UM			100UM
	Bienes	Cocos				100UM	100UM
	Factores	Trabajo	100UM				100UM
	Hogar	Robinson			100UM		100UM
	Total			100UM	100UM	100UM	100UM

Fuente: cuentas propias.

3.2.1 Breve descripción de las transacciones

La actividad Agricultura emplea el factor Trabajo y paga por concepto de salarios 100UM, celda (Trabajo, Agricultura). Por su producción de Cocos recibe del sector bienes 100UM, celda (Agricultura, Cocos).

El factor Trabajo recibe de actividades 100UM, celda (Trabajo, Agricultura) las cuales transfiere a los Hogares (Ingreso de los Hogares), celda (Robinson, Trabajo).

Hogares demanda de Bienes 100UM de Cocos, celda (Coco, Robinson) con el ingreso de las 100 UM de la oferta del factor Trabajo celda (Robinson, Trabajo). Cada sector institucional satisface la igualdad entre ingresos y gastos.

Con el fin de entender la lógica detrás de la MCS veamos a profundidad dos de sus características de difícil comprensión: la separación entre actividades y bienes, y la incorporación de los factores productivos.

Separación entre actividades y bienes

Existe una categoría Actividad (Agricultura) y otra Bienes (Cocos) con el fin contabilizar por un lado los sectores de la economía y por el otro sus productos. En este caso la actividad Agricultura emplea el factor Trabajo pagando 100UM en salarios y recibe de la categoría Bienes 100 UM por los Cocos producidos.

Supongamos que la isla tiene Cocos y Bananos, a pesar de que solo existe un sector productivo (actividad agrícola), existirían dos tipos de bienes (Cocos y Bananos), la actividad agrícola emplearía trabajo y tendría dos tipos de bienes producidos. Esta separación resulta pertinente si se desea guardar concordancia con la contabilidad nacional en la que los sectores usualmente producen bienes de otros sectores (subproductos o productos secundarios).

Dependiendo de los intereses del investigador se podría discriminar igualmente, en la categoría Actividad entre Cocos y Bananos con el fin de saber, por ejemplo, cuál fue la demanda de factores de cada uno o si la actividad de Cocos tuvo como subproducto Bananos. En otras ocasiones la igualdad entre Actividades y Bienes permite la eliminación de la categoría Bienes. Sin pérdida de generalidad, la economía de Robinson Crusoe, simplificando sectores y Bienes, tendría la estructura presentada en la tabla 3.2.

Tabla 3.2. La economía de Robinson-Crusoe simplificada

			Gastos de:			Total
			Actividad	Factores	Hogar	
			Agricultura	Trabajo	Robinson	
Ingresos de:	Actividad	Agricultura			100UM	100UM
	Factores	Trabajo	100UM			100UM
	Hogar	Robinson		100UM		100UM
	Total		100UM	100UM	100UM	300 UM

Fuente: cuentas propias.

Factores

El principal uso de los MCS es la construcción de MEGC, por esta razón aparece un agente “Factores” que recibe los pagos de la firma y los transfiere al hogar. Su inclusión se hace para distinguir el origen de los ingresos de los Hogares, usualmente discriminando entre ingresos laborales e ingresos de la propiedad del capital. Igualmente, para distinguir las decisiones de demanda de factores productivos de las Firmas.

Las cuentas nacionales en Colombia incluyen una remuneración denominada ingreso mixto, que corresponde a ingresos por factores que no son ni capital ni trabajo propiamente sino la “remuneración de los trabajadores independientes”. Por ejemplo, en una tienda es difícil separar los ingresos del propietario por propiedad del capital de los ingresos por trabajo. En la mayoría de los casos este ingreso se divide entre ingreso laboral e ingreso por propiedad de capital por medio de técnicas de imputación. Usualmente la remuneración al trabajo recibe una mayor proporción de esta remuneración. Véase Céspedes (2011).

3.3 Economía ficticia con varios sectores institucionales

En esta sección utilizaremos una MCS de una economía ficticia de tres sectores productivos, dos factores y cuatro fuentes de demanda. La MCS que involucra 9 nuevas categorías se puede apreciar en la tabla 3.3. Los nuevos sectores institucionales son Actividades-Bienes: Sector Primario, Secundario y Terciario. Factores: Capital, Trabajo. Impuesto sobre la Producción, Aranceles, Hogares, Gobierno, Resto del Mundo e Inversión-Ahorro. Como se puede observar esta matriz incluye consumo intermedio de factores pero no distingue actividades de bienes.

3.3.1 Breve descripción de las transacciones

Consumo Intermedio

Las actividades demandan para sus procesos productivos bienes intermedios de su propia actividad y de las otras actividades. Estos se pueden observar en el área A de la tabla 3.3. Por ejemplo, el sector primario demanda \$43 de insumos de su propio sector y \$14 del sector secundario.

Tabla 3.3. MCS de una economía ficticia

	Sector			Salarios	Exc. bruto de explot.	Impuestos Producción	Aranceles	Firmas	Gobierno	Hogares	Resto del Mundo	Inversión Ahorro	TOTAL
	Primario	Secundario	Terciario										
Sector Primario	43	18	17						10	20	10	12	130
Sector Secundario	14	64	80						15	23	8	20	224
Sector Terciario	16	26	117						70	115	6	14	364
Salarios	23	55	72										150
Exc. bruto de explot.	16	40	56										112
Impuestos Producción	2	5	8										15
Aranceles	1	4	3										8
Firmas					48								48
Gobierno									15	8			80
Hogares										30			214
Resto del Mundo	15	12	11	150	64								38
Inversión Ahorro									21	-15	14		46
TOTAL	130	224	364	150	112	15	8	48	80	214	38	46	1.429

Fuente: cuentas propias.

PIB por ingresos

En macroeconomía el PIB por Ingresos corresponde a las remuneraciones de los factores¹³ (área B) más los tributos que pagan la producción (área C) y los importadores (área D).

$$\begin{array}{rcccccc} \text{PIB} & = & \text{Remuneracion Factores} & + & \text{Tributos} & & \\ 285 & = & 150 & + & 112 & + & 15 & + & 8 & & (3.1) \\ \text{PIB} & & \text{CAP} & & \text{LAB} & & \text{IMP} & & \text{ARA} & & \end{array}$$

PIB por demanda

El PIB por el lado de la demanda comprende la identidad macro que suma las demandas que hacen Hogares, Gobierno, Firmas (Inversión), Resto del Mundo (área I) y sustrayéndole las importaciones (área E) la expresión sería¹⁴:

$$\begin{array}{rcccccc} \text{PIB} & = & C & + & G & + & I & + & X & - & M & & \\ 285 & = & 158 & + & 95 & + & 46 & + & 24 & - & 38 & & (3.2) \\ \text{PIB} & & C & & G & & I & & X & & M & & \end{array}$$

Tributos

Aparecen tres tipos de tributos y dos categorías. El primero es un impuesto sobre la producción que le pagan las actividades al Gobierno, área C. El segundo es un arancel sobre las importaciones el cual aparece como un pago de las actividades a la categoría aranceles, área D. Estos dos aparecen con una nueva categoría por lo que estos recaudos aparecen posteriormente como pagos al Gobierno en el área G. El tercero es un impuesto sobre los ingresos del hogar el cual aparece como una transferencia directa del hogar al Gobierno (Celda (Gobierno, Hogares) en el área G) en este caso por \$30.

Resto del mundo

Al ser una economía abierta aparece la categoría Resto del Mundo (en inglés y por simplicidad ROW). Así, los ingresos de este sector provenientes de las

¹³ En el MEGC denominaremos a estas remuneraciones *valor agregado*; sin embargo, en contabilidad nacional, *valor agregado* incluye impuestos sobre la producción.

¹⁴ Debido a que la medición del PIB por el lado de la oferta representa las mismas áreas de la MCS que la medición del PIB por ingreso, esta se omite.

importaciones, área E se emplean en pagar las exportaciones ubicadas en el área I y en ahorrar (área H) es decir, ahorro interno del ROW, celda (Inversión-Ahorro, ROW).

Inversión-ahorro

Tanto los Hogares, celda (Inversión-Ahorro, Hogares), como las Firmas, celda (Inversión-Ahorro, Firmas) y el Resto del Mundo, celda (Inversión-Ahorro, ROW) ahorran una parte de sus ingresos. Estos recursos ofrecidos son empleados (demandados) por la economía para Inversión y para financiar el déficit del Gobierno, celda (Inversión-Ahorro, Gobierno)¹⁵. La Inversión toma la forma de demandas de bienes de los tres sectores productivos.

3.4 Construcción de la MCS para Colombia¹⁶

La construcción de la MCS para Colombia requiere tres matrices que elabora el Dane: la Matriz Oferta (MO), la Matriz Utilización (MU) y el Cuadro de Equilibrio Económico General (EEG) denominado en cuentas nacionales Cuentas Económicas Integradas.

A grandes rasgos, la MO muestra los productos ofrecidos, nacionales e importados, los impuestos a los productos y los aranceles a las importaciones. La MU muestra los usos de la producción (las demandas de Consumo Intermedio, Hogares, Gobierno, Inversión y Resto del Mundo) y los ingresos que esta producción genera (Remuneraciones e impuestos a la producción). Por último, el EEG muestra las transacciones no relacionadas con la producción que van desde la generación y asignación del ingreso hasta la conformación del ingreso disponible de cada sector institucional, pasando por todas las redistribuciones del ingreso (impuestos a la renta, renta a la propiedad, transferencias y contribuciones sociales entre otros) que se realizan entre los mismos. A continuación se presenta una versión simplificada de las mismas en el sentido que permite una fácil construcción de la MCS.

¹⁵ Nótese que en esta celda el valor es negativo (-15). Esto equivaldría a que el sector institucional Inversión-Ahorro hiciera una transferencia positiva al Gobierno por un valor de 15. Es de destacar que su ubicación en la MCS no altera el equilibrio de la matriz y de la economía.

¹⁶ Basado en CORREDOR y PARDO (2008) y CORREDOR, HERNÁNDEZ y PARDO (2010).

3.4.1 La matriz oferta

A grandes rasgos detalla los componentes que generan la oferta total de cada bien a precios de comprador. Al igual que en la Matriz de Utilización, las filas numeradas de la Matriz de Oferta representan los productos, y las columnas numeradas representan actividades productivas. Cada columna numerada de la Matriz de Oferta presenta la producción de cada producto por parte de la respectiva actividad productiva. Por tanto, la Matriz de Oferta permite establecer la producción característica y la producción secundaria de cada industria (Corredor y Pardo, 2008).

Tabla 3.4. Clasificación en tres ramas de actividades

PRIMARIO	SECUNDARIO	TERCIARIO
Productos de café Otros productos agrícolas Animales vivos, productos animales, etc Productos de silvicultura, extracción etc Productos de la pesca, la acuicultura, etc Carbón mineral Petróleo crudo, gas natural y mineral, etc Minerales metálicos Minerales no metálicos Carnes y pescados Aceites y grasas animales y vegetales Productos lácteos Productos de molinería, almidones, etc Productos de café y trilla Azúcar y panela Cacao, chocolate y productos, etc Productos alimenticios n.c.p., etc	Bebidas Productos de tabaco Fibras textiles naturales, hilazas, etc Artículos textiles, excepto prendas, etc Tejidos de punto y ganchillo... Curtido y preparado de cueros... Productos de madera, corcho, etc Productos de papel, cartón, etc Edición, impresión, etc Productos de la refinación, etc Sustancias y productos químicos Productos de caucho y de plástico Productos minerales no metálicos Productos metalúrgicos básicos Maquinaria y equipo Otra maquinaria Equipo de transporte Muebles Otros bienes manufacturados n.c.p.	Desperdicios y desechos Energía eléctrica Gas domiciliario Agua Trabajos de construcción, etc Trabajos de construcción...civiles Comercio Servicios de reparación de... Servicios de alojamiento, Servicios de transporte terrestre Servicios de transporte por vía ... Servicios de transporte por vía aérea Servicios complementarios y ... Servicios de correos, etc Servicios de intermediación, etc Servicios inmobiliarios y de ... Servicios a las empresas excepto... Administración pública y defensa Servicios de enseñanza de mercado Servicios de enseñanza de no ... Servicios sociales y de salud ... Servicios de alcantarillado ... Servicios de asocia ... de mercado Servicios de ... no mercado Servicios domésticos

Fuente: elaboración propia.

Tabla 3.5. Matriz oferta (MO) 2008
(Precios corrientes, miles de millones)

Producto	Descripción de actividades											
	Total oferta a precios de comprador	Márgenes de comercio y transporte	Impuestos a la producción	Impuestos a derechos a las importaciones	Oferta total a precios básicos			Producción por ramas de actividad			Compras en el Exterior por Residentes	
					01	02	03	01	02	03		
Primario	186.080	20.098	3.130	232	162.852	153.053	324	12	153.389	9.231	706	9.937
Secundario	298.036	46.234	21.094	4.073	230.708	1.149	148.145	480	149.774	76.861	956	77.817
Terciario	481.641	-66.332	12.943	4	535.030	2.846	8.283	516.288	527.417	7.609	1.914	9.523
Ajustes												3.577
Ajustes CIF/ FOB sobre importaciones												
Compras ER	3.577				3.577				830.580			
Total	969.334		4.309	4.309	932.167	157.048	156.752	516.780	830.580			
De la cual:												
Producción de mercado						153.567	156.752	428.404	738.723			
Producción de no mercado						3.481	0	88.376	91.857			
Producción para uso final propio						3.481	0	27.639	31.120			
Otra producción de no mercado						0	0	60.737	60.737			

Fuente: Dirección de Síntesis y Cuentas Nacionales, Dane.

Tabla 3.6. Matriz utilización (L) 2008
(Precios corrientes, miles de millones)

Producto	Descripción de actividades							Exportaciones Totales	Gasto en consumo final			Total formación bruta de capital			
	Total oferta a precios de comprador	Consumo intermedio por ramas de actividad			Total ramas de actividad	Exportaciones nacionales por no residentes	Compras directas en el territorio nacional		Total consumo final	Hogares sin CTR	Hogares con CER y sin CTR		Gobierno		
		01	02	03											
Primario	186.080	147.171	15.829	14.396	77.396	45.122	749	45.871	60.492	3	60.449	4	304	5	2.766
Secundario	298.036	12.714	56.527	74.061	143.302	32.364	1.014	33.378	81.896	81.838	2.052	38.422			
Terciario	481.641	14.251	28.835	127.235	170.321	5.074	2.031	7.105	163.967	163.850	70.708	71.571			
Ajustes							3.795	86.355							
Compras ER	3.577								3.577	3.577					
Compras TNR									-3.795	-3.795					
Total	969.334	74.136	101.191	215.692	391.019				379.201	304.703	73.064	112.759			
Total producción		157.048	156.752	516.780	830.580					-276					
Valor agregado		82.912	55.561	301.088	439.561										
Remuneración de los asalariados		17.440	17.983	116.600	152.023										
Total impuestos y subvenciones		1.055	1.658	7.912	10.625										
Ingreso mixto		26937	6.187	79522	112.646										
Excedente bruto de explotación		37480	29.733	97054	164.267										

Fuente: Dirección de Síntesis y Cuentas Nacionales, Dane.

Tabla 3.7. Equilibrio económico general (EEG) 2008
(Precios corrientes, miles de millones)

Gastos		Ingresos				
Resto del mundo	Hogares	Gobierno	Firmas	Código	Transacciones	Resto del mundo
1 2.554	31.271	35.730	85.022	D.1	2. Cuenta de generación del ingreso	
					Remuneración de los asalariados	2 154.519
	21.089	5.637	137.541	B.2	Excedente bruto de explotación	4 137.541
	112.646			B.3	Ingreso mixto bruto	5 112.646
					3. Cuenta de Asignación del Ingreso Primario	
3.267	9.810	14.585	103.451	D.4	Renta de la propiedad	49.095
	319.402	62.420	83.185	B.5*	INGRESO NACIONAL BRUTO	83.185
						62.420
						319.402
					4. Cuenta de Distribución Secundaria del Ingreso	
6 6.137	105	22.862		D.5	Impuestos corrientes sobre el ingreso, la riqueza	7 29.104
37.637				D.61	Contribuciones Sociales	8 12.824
	37.354	4.005		D.62	Prestaciones soc. dif. a trans. sociales en especie	41.359
14.937	9.050	52.010	22.947	D.7	Otras transferencias corrientes	22.361
						52.989
						22.312
						1.282
					6. Cuenta de Utilización del Ingreso	
	0	9.146		D.8	Ajuste por var. de part. de hogares en fondos de pensiones	9.146
9 33.258	6.793	59.410		B.8	AHORRO BRUTO	
10 13.298				B.12	Saldo Corriente con el exterior	
18.204	18.860	66.595	126.398	D.4+D.7	Rentas a la propiedad + Otras Transferencias Corrientes	12 71.456
	13 37.354	13.151		D.62+D.8	Prestaciones sociales dif...* Ajuste por var. de participación...	63.270
						23.075

Fuente: Dirección de Síntesis y Cuentas Nacionales, Dane.

Tabla 3.8B. Matriz de contabilidad social (MCS) 2008
(Precios corrientes, miles de millones)

	Actividades			Bienes			Factores			Instituciones						TOTAL			
	Primario	Secundario	Terciario	Primario	Secundario	Terciario	Salarios	Ingreso mixto	Exc. bruto de explot.	Impuestos a la Producción	Aranceles	Firmas	Gobierno	Hogares	Resto del Mundo		Impuestos Directos	Rentas a la Propiedad + Transferencias	Inversión Ahorro
Actividades																			
Primario				153,053	1,149	2,846													
Secundario				324	148,145	8,283													
Terciario				12	480	516,288													
Bienes																			
Primario	47,171	15,829	14,396																
Secundario	12,714	56,527	74,061																
Terciario	14,251	28,835	127,235	20,098	46,234	-66,332													
Salarios	17,440	17,983	116,800																
Ingreso mixto	26,937	6,187	79,522																
Exc. bruto de explot.	37,480	29,733	97,054																
Impuestos a la Producción	1,055	1,658	7,912	3,130	21,094	12,943													
Aranceles				232	4,073	4													
Instituciones																			
Firmas									137,541										
Gobierno									5,637										
Hogares									154,519										
Resto del Mundo									21,089										
Impuestos Directos																			
Rentas a la Propiedad + Transferencias																			
Inversión Ahorro																			
TOTAL	157,048	156,752	516,780	186,786	286,992	483,555	154,577	112,646	164,267	47,792	4,309	221,821	183,911	402,029	120,411	29,104	230,057	112,759	3,583,597

Fuente: cálculos propios.

En la tabla 3.5 podemos observar la Matriz Oferta para Colombia en 2008, agregada a tres sectores de acuerdo con las Ramas de Actividad de la tabla 3.4. Algunos cambios para simplificar la información contenida en esta matriz y facilitar la construcción de la MCS son:

- Márgenes de comercio y Márgenes de transporte son agrupados bajo el nombre Márgenes de Comercio y Transporte.
- Impuestos y derechos a las importaciones, IVA no deducible, Impuestos a los productos y Subvenciones a los productos bajo el nombre: Impuestos a la Producción.
- Ajustes CIF/FOB sobre importaciones, Importaciones de Bienes e Importaciones de Servicios agrupados bajo Importaciones con Ajustes.
- Una nueva columna con la separación de compras en el exterior por residentes en los tres sectores, para la cual se emplearon los porcentajes de participación en el consumo de los Hogares de cada uno de ellos (20 %, 27 % y 53 % respectivamente)¹⁷.
- Una nueva columna denominada Importaciones Totales con la suma de Importaciones con Ajustes y Compras en el exterior por residentes.

3.4.2 La matriz utilización

La Matriz Utilización presenta los usos, o demandas, para cada producto dentro del sistema económico. Independientemente del lugar de procedencia (nacional o importado) un producto puede ser demandado como consumo intermedio (por las actividades productivas), consumo final (por los Hogares, el Gobierno o instituciones sin fines de lucro), exportaciones (por consumidores del exterior) o Inversión. La matriz presenta la igualdad entre la oferta total y las distintas fuentes de demanda para cada producto (Corredor y Pardo, 2008).

En la tabla 3.6 podemos observar la Matriz Utilización para Colombia 2008 agregada a los mismos tres sectores. De nuevo algunos de los cambios para simplificar la información contenida en esta y facilitar la construcción de la MCS son:

¹⁷ El consumo de los hogares aparece en la matriz Utilización.

- Una nueva columna con la separación de compras en el territorio por no residentes en tres sectores, para la cual se emplearon los porcentajes de participación en el consumo de los Hogares de cada uno de ellos (20 %, 27 % y 53 % respectivamente).
- Una nueva columna denominada Exportaciones con la suma de Exportaciones de bienes y Exportaciones de servicios.
- Una nueva columna denominada Exportaciones Totales con la suma de Exportaciones y Compras en el territorio por no residentes.
- Eliminación de las columnas formación bruta de capital fijo, variación de existencias y adquisición menos disposición de objetos valiosos, ya que se tiene su sumatoria bajo la categoría Total formación bruta de capital fijo.
- Eliminación de las columnas gasto del Gobierno colectivo e individual, ya que se tiene su sumatoria bajo la categoría Total Gobierno.
- Unión de Gasto de ISFLSH (Instituciones sin fines de lucro que sirven a los Hogares) y Gasto de Hogares bajo el rótulo Gasto Hogares.
- Una nueva columna denominada Gasto de los Hogares con ajustes CER y CTNR, resultado de agregar a Gasto de Hogares las Compras directas en el exterior por residentes (CER) y restando Compras directas en el territorio nacional por no residentes (CTNR). Esto se hace ya que por definición la columna de gasto de los Hogares incluye las segundas pero excluye las primeras. Sin embargo, el objetivo es contabilizar aparte las compras de extranjeros (exportaciones) y como un todo las de Hogares nacionales, así correspondan a bienes comprados en el exterior.

3.4.3 Cuadro de equilibrio económico general

El cuadro de EEG sintetiza en un solo arreglo las cuentas de los sectores institucionales. En la columna central del cuadro se especifican las operaciones que se están contabilizando. En los encabezados de las columnas que están tanto a la izquierda como a la derecha se especifican los sectores institucionales. Si el registro contable aparece a la izquierda, se hace referencia a un empleo o gasto realizado por el respectivo sector institucional. Si el registro contable se encuentra a la derecha, se hace referencia a un recurso o ingreso que obtiene el respectivo sector institucional (Corredor y Pardo, 2008).

La información de generación, asignación, distribución y redistribución del ingreso en las cuentas nacionales se presenta en la matriz de Cuentas Económicas Integradas (CEI). La matriz, simplificada convenientemente a nuestros propósitos, se puede observar en la tabla 3.7.

Los cambios realizados para alcanzar esta presentación son los siguientes:

- Para las columnas, agrupamos Hogares con ISLFLSH por un lado y sociedades financieras y no financieras bajo el nombre de empresas por el otro.
- Igualmente, eliminamos las columnas de totales ya que el énfasis es en las transacciones entre sectores institucionales.
- En cuanto a las filas con las transacciones solo dejamos las necesarias para las cuentas 2, 3, 4 y 6. Estas se pueden observar en la tabla 3.7.
- Se agregan las últimas dos filas. La primera contiene la suma de Rentas a la propiedad y Otras Transferencias Corrientes. La segunda la suma de Prestaciones sociales diferentes a transferencias sociales en especie y Ajustes por variación en la participación neta de Hogares en fondos de pensiones.

3.4.4 La MCS Colombia 2008

La matriz que vamos a construir es una ligera modificación de la de Corredor y Pardo (2008) para Colombia en 2003. Se basa en la MO, la MU y el cuadro de EEG 2008 del Dane y, como se explicó, se agrega a tres sectores en vez de los 61 iniciales.

Nótese que para algunas de las cuentas en las matrices se ha puesto un rótulo con un número. Este permite la organización de la MCS en el esquema presentado en la tabla 3.8 A. La matriz resultante, completamente balanceada, se presenta en la tabla 3.8 B.

Por ejemplo, en la tabla de la MO a las importaciones por sector les ha sido asignado el número 5, el cual se puede apreciar en la tabla 3.8 A en su posición en la MCS con el rotulo MO-5.

A grandes rasgos la MU permite completar toda la columna de Actividades (Pagos de Actividades): Consumo intermedio, Valor Agregado al igual que

la fila Bienes (Ingresos de Bienes): Gasto del Gobierno, Consumo, Exportaciones Formación Bruta de Capital (Inversión).

La MO por su parte, permite completar la columna Bienes (Pagos de Bienes): Producción, Márgenes de Comercio y Transporte, Impuestos menos Subvenciones e Importaciones.

El cuadro de EEG permite completar las cuentas faltantes y permite hacer la Distribución Primaria y Secundaria del Ingreso, es decir los Ingresos de las Instituciones (Firmas, Gobierno, ROW, Hogares) y su redistribución entre las mismas (diversos tipos de transferencias entre instituciones).

Aspectos a tener en cuenta

- La matriz MO-4 correspondiente a la oferta de cada bien por actividad corresponde con la matriz producción de la MCS. Es de notar que en la MO las columnas corresponden a las Actividades que ofrecen los bienes mientras que en la MCS las columnas corresponden a los bienes, por esta razón al mover esta matriz debe ser transpuesta¹⁸.
- La diferencia entre los precios en puerta de la fábrica y los pagados por el consumidor final corresponden a los márgenes (Costos) de Comercio y Transporte los cuales se incluyen como pagos del sector bienes a los bienes Comercio y Transporte (Sector Terciario) (MO-1).
- La matriz MU-6 de consumos intermedios, pagos que actividades hace a bienes, se ubica en la fila Bienes columna Actividades de la MCS. No hay necesidad de transponerlos ya que se encuentran en la dirección correcta, las Actividades que emplean el consumo intermedio en las columnas y los Bienes demandados por las mismas en las filas.
- En la sección “Ingresos de” encontramos la Remuneración de los Asalariados (en: 2. Cuenta de generación del ingreso) la cual corresponde una parte a los Hogares, la cual se ubica en la celda (Hogares, Salarios) y otra a trabajadores del resto del mundo, la cual se ubica en la celda (Resto del Mundo, Salarios).

¹⁸ Igualmente, podemos observar que las actividades no necesariamente producen bienes relacionados con su actividad; por ejemplo, el sector primario produce bienes del sector primario por \$153.053 m.d.m., bienes del sector secundario por \$1149 m.d.m. y bienes del sector terciario (servicios) por \$2846 m.d.m.

- Los gastos de Hogares, Firms y el mismo Gobierno por concepto de Impuestos corrientes sobre el ingreso, la riqueza, etc. (en 4. Cuenta de Distribución Secundaria del Ingreso) se ubican en la fila Impuestos Directos y las columnas de cada institución, vector EEG-6.
- Los Hogares realizan contribuciones sociales a las Empresas y al Gobierno (en 4. Cuenta de Distribución Secundaria del Ingreso) las cuales se ubican en la fila Empresas y Gobierno en la columna Hogares, vector EEG-8.
- Las Firms y el Gobierno envían recursos a los Hogares por concepto de Prestaciones sociales diferentes a transferencias sociales en especie y Ajuste por la variación de la participación neta de los Hogares en los fondos de pensiones (en 4. Cuenta de Distribución Secundaria del Ingreso y 6. Cuenta de Utilización del Ingreso respectivamente) estas se ubican en la fila Hogares en las columnas Firms y Gobierno, vector EEG-13.
- El Resto del Mundo ahorra internamente \$13.298 m.d.m. Este ahorro se ubica en la cuenta Saldo corriente con el Exterior (en 6. Cuenta de Utilización del Ingreso) y se ubica en la fila Inversión-Ahorro columna Resto del Mundo, celda EEG-10.

Esto concluye la elaboración de una MCS (balanceada por construcción). Es necesario destacar que dependiendo de los intereses de investigación, estas cuentas se pueden desagregar usando fuentes de información alternativas como las encuestas a hogares o agregar, por ejemplo simplificando sectores institucionales. Sin embargo, estos procedimientos pueden hacer que la matriz se desbalancee por lo que requerimos de un método que la rebalancee sin afectar significativamente sus flujos. Esto será explorado en la sección 3.5.

3.4.5 Dos versiones simplificadas de la MCS para Colombia 2008

En este apartado se busca la simplificación de la MCS presentada en la tabla 3.8 con el fin de construir un marco para la calibración de una economía colombiana cerrada sencilla (capítulo 4) y otro para calibrar una economía colombiana abierta más desarrollada pero no tan compleja como aquella de la tabla 3.8 (capítulo 5). Igualmente, se busca, por medio de estos ejemplos,

la presentación del concepto de balanceo de la MCS, en el caso en el que el uso de diversas fuentes de información o la supresión de sectores institucionales arroje una MCS desbalanceada.

Economía cerrada

Supongamos que partiendo de nuestra matriz balanceada de la tabla 3.8 realizamos los siguientes cambios:

- Mantenemos la matriz de Consumo Intermedio fusionando Bienes y Actividades. Es decir, cada uno de los tres sectores ahora solo produce un único bien.
- Agregamos Ingreso Mixto a Salarios tanto en el valor agregado como en su repartición para Hogares.
- Mantenemos el Excedente Bruto de Explotación.
- Mantenemos las demandas de Hogares Gobierno y Firmas.
- Mantenemos el ahorro y los pagos por impuestos directos de los Hogares pero los computamos como transferencias de Hogares a Firmas y Gobierno respectivamente.
- Mantenemos los pagos de Firmas en impuestos directos que van al Gobierno.
- Eliminamos: sector externo, rentas a la propiedad y transferencias, impuestos a la producción, aranceles y transferencias de los demás sectores institucionales distintos a Hogares.
- Las demandas de Inversión las ubicamos directamente como gasto de las Firmas.
- Se ubica un endeudamiento del Gobierno, prestamos de Firmas a Gobierno, de 11.060 miles de millones¹⁹.

La matriz resultante, altamente desbalanceada, se presenta en la tabla 3.9.

¹⁹ Marco fiscal de mediano plazo 2009, Ministerio de Hacienda. Esta incorporación se hace con el fin de presentar el manejo de saldos negativos en el balanceo de la MCS, ya que no se pretende ser meticuloso con la matriz a balancear. Sin embargo, en la MCS balanceada, tabla 3.8, además del déficit (negativo) se incluían los recursos de Inversión del Gobierno (positivos) con un balance positivo en la celda (Inversión-ahorro, Gobierno) de 6.793 m. de m.

Tabla 3.9. MCS economía cerrada sin balancear, 2008
(Precios corrientes, miles de millones)

	Primario	Secundario	Terciario	Salarios	Exc. bruto de explot.	Hogares	Gobierno	Firmas	TOTAL
Primario	47.171	15.829	14.396			60.449	304	2.766	140.915
Secundario	12.714	56.527	74.061			81.838	2.052	38.422	265.614
Terciario	14.251	28.835	127.235			163.850	70.708	71.571	476.450
Salarios	44.377	24.170	196.122						264.669
Exc. bruto de explot.	37.480	29.733	97.054						164.267
Hogares				264.669	21.089				285.758
Gobierno					5.637	6.137		22.862	34.636
Firmas					137.541	33.258	-11.060		159.739
TOTAL	155.993	155.094	508.868	264.669	164.267	345.532	62.004	135.621	1.792.048

Fuente: cuentas propias.

Economía abierta

Supongamos que, partiendo de nuestra matriz balanceada de la tabla 3.8, realizamos los siguientes cambios:

- Repartimos el Ingreso Mixto entre Salarios y Excedente Bruto de Explotación siguiendo las participaciones encontradas por Céspedes (2011), las cuales se promedian para los tres sectores que manejamos en nuestra MCS. En estas el porcentaje que le corresponde al trabajo es 86 %, 88 % y 85 % para los sectores primario, secundario y terciario respectivamente. El restante corresponde al Excedente Bruto de Explotación de cada sector.
- Unimos impuestos a la producción y los productos, es decir los impuestos que pagan actividades y bienes.
- Movemos aranceles e importaciones a la columna de actividades.
- Los salarios aumentados con el ingreso mixto pertenecen a Hogares.
- El ingreso por propiedad de capital aumentado con el ingreso mixto se reparte entre Firmas, Gobierno y Hogares con las mismas

Tabla 3.10. MCS economía abierta sin balancear, 2008
(Precios corrientes, miles de millones)

	Primario	Secundario	Terciario	Salarios	Exc. bruto de explot.	Impuestos a la Producción	Aranceles	Firmas	Gobierno	Hogares	Resto del Mundo	Impuestos Directos	Rentas a la Propiedad + Transferencias	Inversión Ahorro	TOTAL
Primario	47.171	15.829	14.396						304	60.449	45.871			2.766	186.786
Secundario	12.714	56.527	74.061						2.052	81.838	33.378			38.422	298.992
Terciario	34.349	75.069	60.903						70.708	163.850	7.105			71.571	483.555
Salarios	40.606	23.428	184.194												248.227
Exc. bruto de explot.	41.251	30.475	108.982												180.709
Impuestos a la Producción	4.185	22.752	20.855												47.792
Aranceles	232	4.073	4												4.309
Firmas					151.308					12.824			71.456		235.588
Gobierno					6.201	47.792	4.309			24.813		29.104	72.256		184.475
Hogares				248.227	23.200			13.151	37.354				63.270		385.202
Resto del Mundo	9.937	77.817	9.523										23.075		120.353
Impuestos Directos								22.862		6.137					28.999
Rentas a la Propiedad + Transferencias								126.398	66.595	18.860	18.204				230.057
Inversión Ahorro								59.410	6.793	33.258	13.298				112.759
TOTAL	190.445	305.970	472.918	248.227	180.709	47.792	4.309	221.821	183.806	402.029	117.857	29.104	230.057	112.759	2.747.804

Fuente: cuentas propias.

- participaciones de la matriz original: 84 %, 3 % y 13 % respectivamente.
- Por simplicidad y dado su bajo monto, se eliminan: salarios de nacionales en el exterior, de extranjeros en territorio nacional e impuestos directos que paga el Gobierno.
- Los márgenes de comercio y transporte se agregan al consumo intermedio de cada sector en el sector terciario.

La MCS resultante, desbalanceada principalmente en la faceta productiva de la economía (consumo intermedio y valor agregado), se presenta en la tabla 3.10.

3.5 Balanceo de una MCS

Existen varios métodos para balancear una MCS en el caso de que no exista congruencia entre ingresos y gastos para algún sector institucional. Entre estos se destacan: Artesanal, Mínimos Cuadrados Ordinarios y Entropía Cruzada²⁰.

El primero consiste en ajustar manualmente las cuentas desbalanceadas, usando todo el conocimiento previo de la información original y la adicional que originó el desbalance. Este procedimiento permite priorizar la alteración de unas cuentas en lugar de otras, pero resulta poco científico y tedioso.

Los otros dos métodos consisten en relacionar la información existente (matriz desbalanceada) con los valores de una matriz balanceada a construir, por medio de la optimización, teniendo como restricción la igualdad entre Ingresos y Gastos (filas y columnas). A continuación exponemos los detalles de estos dos últimos métodos, pero antes presentamos el concepto de estandarización de la MCS que permite aplicarlos.

²⁰ Otro método usualmente empleado es denominado RAS (STONE, 1962). Este requiere una matriz existente de un año anterior para la que se construyen coeficientes con los porcentajes de cada celda dentro del total. Estos últimos, más los datos del total de ingresos o gastos del año para el que se construye la MCS, permiten actualizar cada celda de la matriz.

3.5.1 Balanceo de la MCS Economía Cerrada

Estandarización

Dado que el método de Entropía Cruzada trabaja sobre probabilidades (proporciones) y no sobre los flujos directamente, aplicamos un proceso de estandarización de la MCS que permite usar ambos métodos en el mismo ambiente de GAMS.

La estandarización consiste en dividir cada valor de la MCS entre la suma total de la MCS que se encuentra en la fila Total y la columna Total (Gran Total) la cual corresponde a la suma de ingresos o gastos de todas y cada una de las actividades-agentes en la economía. A pesar de que la matriz esté desbalanceada, la suma de ingresos totales debe coincidir con la suma de gastos totales por definición. Ya que lo único que estamos haciendo es reescalando la información, ahora todos los flujos estarán expresados en fracciones menores que la unidad con excepción de la celda Gran Total la cual es igual a la unidad.

Restricciones

El objetivo de balancear una MCS es lograr la igualdad entre ingresos y gastos de cada sector institucional. Por tanto, un conjunto de n ecuaciones con esta igualdad, donde n es el número de sectores institucionales, constituyen el primer conjunto de restricciones del problema.

Dada la estandarización presentada anteriormente, aparece una restricción adicional: nuestra matriz balanceada debe satisfacer la igualdad ingresos gastos de todas las actividades-agentes, es decir, la suma de todas las transacciones debe ser igual a 1. Entonces tendríamos dos restricciones.

Supongamos que el flujo (como fracción del Gran Total) de recursos de la actividad-agente j a la actividad-agente i viene dado por $t_{i,j}^0$ o $t_{i,j}^1$ (donde 0 y 1 significan valores originales y óptimos respectivamente); las restricciones serían:

$$\sum_j \sum_i t_{i,j}^1 = 1 \quad (3.3)$$

$$\sum_j t_{j,i}^1 = \sum_j t_{i,j}^1 \quad \forall i = 1, 2 \dots n \quad (3.4)$$

Igualmente, dependiendo de los intereses del investigador, se pueden añadir restricciones adicionales teniendo en cuenta siempre que estas permitan la optimización, es decir, que no se contradigan entre ellas ni con las dos restricciones mencionadas. En la matriz de la economía abierta veremos este último tipo de restricciones.

Mínimos cuadrados ordinarios

Haciendo analogía de la técnica econométrica, este método busca minimizar la suma de las distancias entre la información existente de la MCS desbalanceada y los valores que tomará la matriz balanceada.

El problema consistiría en minimizar:

$$\begin{aligned} \min_{t_{i,j}^1} \sum_j \sum_i (t_{i,j}^1 - t_{i,j}^0)^2 \quad \forall i, j / t_{i,j}^0 \neq 0 \\ \text{s. a } \sum_j \sum_i t_{i,j}^1 = 1 \\ \sum_j t_{j,i}^1 = \sum_j t_{i,j}^1 \quad \forall i = 1, 2 \dots n \end{aligned} \quad (3.5)$$

Es decir, minimizar la suma de las diferencias (de las fracciones del Gran Total) al cuadrado de las distancias para las celdas que son distintas a cero, sujeto a las restricciones respectivas.

Entropía cruzada

Este método busca minimizar la medida de entropía cruzada (Kullback-Leibler, 1951) de las distancias entre las nuevas y las originales probabilidades (fracciones del Gran Total) satisfaciendo las restricciones respectivas. El proceso de minimización de la sumatoria de las medidas de entropía sigue la formulación:

$$\min_{t_{i,j}^1} \sum_j \sum_i t_{i,j}^1 \ln \left(\frac{t_{i,j}^1}{t_{i,j}^0} \right) \quad \forall i, j / t_{i,j}^0 \neq 0 \quad (3.6)$$

Aplicando propiedades de logaritmo y reordenando, tendríamos:

$$\begin{aligned}
& \min_{t_{i,j}^1} \sum_j \sum_i t_{i,j}^1 [\ln(t_{i,j}^1) - \ln(t_{i,j}^0)] \quad \forall i,j / t_{i,j}^0 \neq 0 & (3.7) \\
& \text{s. a} \quad \sum_j \sum_i t_{i,j}^1 = 1 \\
& \sum_j t_{j,i}^1 = \sum_j t_{i,j}^1 \quad \forall i = 1,2 \dots n
\end{aligned}$$

Es decir, la idea es minimizar la diferencia en logaritmos de los valores iniciales y los finales. Esta diferencia está ponderada por la importancia en la MCS de cada valor inicial. Igualmente, minimizamos la expresión para todas las celdas de la MCS que sean distintas de cero.

En ambos casos tenemos como parámetros todos los $t_{i,j}^0$ tales que $t_{i,j}^0 \neq 0$, como variables tenemos un mismo número de $t_{i,j}^1$, $n + 1$ ecuaciones con restricciones y una ecuación adicional con el objetivo.

Preliminares

Es de destacar que el proceso de entropía no permite flujos negativos, ya que se evaluarán logaritmos sobre ellos. Para solucionar este inconveniente es importante recordar que un flujo negativo del agente-sector j al i es equivalente al mismo flujo de signo contrario del agente-sector i a j . Por ejemplo, un déficit del Gobierno por \$100, el cual se representa como un flujo negativo (-\$100) en la fila Inversión-Ahorro columna Gobierno, puede representarse como un pago del sector Inversión-Ahorro al Gobierno por \$100, fila Gobierno columna Inversión-Ahorro.

Así, antes de nuestros procesos de optimización todas las fracciones del Gran Total toman valores positivos.

Matriz a balancear

La matriz a balancear es aquella que hemos construido con base en las Cuentas Nacionales y simplificado en la sección 3.4.6; esta se presentó en la tabla 3.9.

*El código***(C.3.1) Balanceo de la MCS economía cerrada por medio de MCO*****1) Definición de conjuntos y parámetros del modelo**

*definición de conjuntos

```
Set i      Todas las cuentas y Totales      /a1*a9/
      n(i) Todas las cuentas sin Totales    /a1*a8/;
```

*otros nombres para los conjuntos

alias (i,j), (n,m);

*definición de parámetros

table MCS(i,j) MCS

\$ondelim

\$include MCS0.csv

\$offdelim

**Transformamos la matriz en proporciones del total

Parameter sumtotal Suma Total Transacciones;

sumtotal=sum((n,m),MCS(n,m));

*Matriz Escalada

MCS(n,m)=MCS(n,m)/sumtotal;

**Transponemos negativos y creamos matriz para almacenarlos

parameter ValoresN(n,m) Matriz con los valores negativos;

ValoresN(n,m)\$(MCS(n,m)LT 0)=MCS(n,m);

*Agrega valores negativos como suma de la celda (i,j) a la celda (j,i)

MCS(n,m)\$(MCS(m,n)LT 0)=MCS(n,m)-MCS(m,n);

*Elimina negativos.

MCS(n,m)\$(MCS(n,m)LT 0)=0;

***2) Definición de variables**

Variables

MCSB(n,m) MCS Balanceada

Objetivo Función a minimizar;

***3) Definición de Ecuaciones**

Equations

EqObjetivo Ecuación a optimizar

Restriccion1(n) Igualdad entre filas y columnas

Restriccion2 Suma de toda MCS=1;

EqObjetivo.. Objetivo=E=sum((n,m)\$(MCS(n,m)NE 0),(MCSB(n,m)-MCS(n,m))*(MCSB(n,m)-MCS(n,m)));

Restriccion1(n).. sum(m,MCSB(n,m))=E=sum(m,MCSB(m,n));

Restriccion2.. sum((n,m),MCSB(n,m))=E=1;

***4) definición del modelo**

*Comenzar a iterar desde la MCS que importamos

MCSB.L(n,m)=MCS(n,m);

*límite inferior de las celdas cero

MCSB.LO(n,m)=0;

*límite superior de las celdas 1

MCSB.UP(n,m)=1;

*las celdas que tenían cero mantienen el cero

MCSB.FX(n,m)\$(not MCS(n,m))=0;

Model Balanceo /EqObjetivo, Restriccion1, Restriccion2/;

```

solve Balanceo using nlp minimizing Objetivo;
*Guardamos valores óptimos como parámetros
parameter MCS_balanceada(n,m) MCS Balanceada;
MCS_balanceada(n,m)=MCSB.L(n,m);
*Ubicamos de nuevo los negativos
MCS_balanceada(n,m)$(valoresN(n,m) LT 0)=valoresN(n,m);
*Los restamos de la celda en que son positivos
MCS_balanceada(n,m)$(valoresN(m,n) LT
0)=MCS_balanceada(n,m)+valoresN(m,n);
*Transformamos proporciones flujos
MCS_balanceada(n,m)=MCS_balanceada(n,m)*sumtotal;
*Subimos la Información de GAMS a GDX
execute_unload "MCO.gdx" MCS_balanceada
*Subimos la Información del balanceo de GDX a Excel
execute 'gdxxrw.exe MCO.gdx o=MCObalanceo.xlsx
par=MCS_balanceada'

```

Aspectos a tener en cuenta

Guardamos la matriz con las etiquetas al hasta a9 como un archivo CSV²¹ en la carpeta del proyecto. Igualmente, generamos estos conjuntos en GAMS. Se debe recordar que para GAMS "." (punto) en el CSV es separador de decimales y que Excel separa los valores en el formato CSV con “;” (punto y coma) en vez de “,” (coma); este último es el que reconoce GAMS.

Para importar la información de la MCS utilizamos los comandos \$ondelim, \$include y \$offdelim; el segundo es el que va acompañado del nombre del archivo CSV.

Para el gran total se hace una suma $\text{sum}((n,m), \text{MCS}(n,m))$, es decir, sobre filas y columnas de la MCS.

Reexpresamos los valores de la MCS relativo al Gran Total.

La ubicación de los negativos de la celda (i,j) en la celda (j,i) la logramos en GAMS por medio del operador \$, el cual puede entenderse como “such that”, en español “tal que”. Por ejemplo, en la hipotética línea de código: $\text{Negativos}(n,m) \$(\text{MCS}(n,m) \text{ LT } 0) = 1$ le decimos a GAMS que en la matriz Negativos de n filas m columnas ubique un 1, en las posiciones en las que (“tal que”) la matriz MCS sea menor que (LT) cero.

²¹ Comma Separated Value. Formato ampliamente empleado para almacenar información estadística en archivos de tamaño más pequeño que *.xls.

Igualmente, la matriz $MCS(m, n)$ es la matriz $MCS(n, m)$ transpuesta.

En general lo que hacemos para manejar los negativos es: a) guardar una matriz con los valores negativos, b) sustraer el valor negativo (es decir, sumar el valor en términos absolutos) que había en la celda (i,j) del valor existente en la celda (j,i) , c) eliminar el negativo de la matriz a balancear, d) balancear la MCS, e) ubicar el valor negativo en su posición original, f) sumar el valor negativo a la celda (es decir, sustraer el valor en términos absolutos) (j,i) . Como la matriz ya está balanceada luego de este proceso, lo sigue estando ya que lo único que se ha hecho es sustraer una parte del valor de la celda (j,i) y enviarlo como negativo a la celda (i,j) .

El problema en las ecuaciones 3.5, que contiene tanto el objetivo como las restricciones, se incorpora. Para ello se emplea de nuevo de la expresión $\$$ en el momento de decirle a GAMS que solo realice la suma cuando en la MCS haya valores distintos de cero: $\$(MCS(n, m) \neq 0)$. Para elevar la diferencia entre las celdas originales y las óptimas optamos por multiplicar esta diferencia por sí misma.

Obligamos a GAMS que mantenga celdas con ceros como ceros: $MCSB.FX(n, m) \$(not\ MCS(n, m))=0$. Esto debido a que el condicional mencionado en el párrafo anterior aplica solo para la función objetivo, pero GAMS podría intentar asignar valores positivos en la nueva matriz en aquellas celdas de la MCS original con ceros.

Exportamos los resultados a Excel. Para ello empleamos una utilidad de GAMS denominada GDX (GAMS Data Exchange) en la que cargamos parámetros de GAMS. Por ejemplo, el comando `execute_unload "MCO.gdx"` $MCS_balanceada$ carga el parámetro $MCS_balanceada$ en un archivo denominado `MCO.GDX`. Mientras que el comando `execute 'gdxrw.exe MCO.gdx o=MCObalanceo.xlsx par=MCS_balanceada'` envía el parámetro $MCS_balanceada$ de GDX al archivo `MCObalanceo.xlsx`.

(C.3.2) Balanceo de la MCS economía cerrada por medio de Entropía Cruzada

***1) Definición de conjuntos y parámetros del modelo**

```
*definición de conjuntos
Set i      Todas las cuentas y Totales      /a1*a9/
      n(i) Todas las cuentas sin Totales    /a1*a8/;
*otros nombres para los conjuntos
alias (i,j), (n,m);
```

```
*definición de parámetros
table      MCS(i,j)              MCS
$onddelim
$include MCS0.csv
$offddelim
**Transformamos la matriz en proporciones del total
Parameter      sumtotal          Suma Total Transacciones;
sumtotal=sum((n,m),MCS(n,m));
*Matriz Escalada
MCS(n,m)=MCS(n,m)/sumtotal;
**Transponemos negativos y creamos matriz para almacenarlos
parameter ValoresN(n,m)  Matriz con los valores negativos;
ValoresN(n,m)$ (MCS(n,m) LT 0)=MCS(n,m);
*Agrega valores negativos como suma de la celda (i,j) a la
celda (j,i)
MCS(n,m)$ (MCS(m,n) LT 0)=MCS(n,m)-MCS(m,n);
*Elimina negativos.
MCS(n,m)$ (MCS(n,m) LT 0)=0;
*epsilon para evaluar logaritmos.
scalar epsilon valor positivo muy cercano a cero;
epsilon=0.000000000000000000000000000000001;
*2) Definición de variables
Variables
MCSB(n,m)      MCS Balanceada
Objetivo       Función a minimizar;

*3) Definición de ecuaciones
Equations
EqObjetivo     Ecuación a optimizar
Restriccion1(n) Igualdad entre filas y columnas
Restriccion2     Suma de toda MCS=1;
EqObjetivo.. Objetivo=E=sum((n,m) $(MCS(n,m) NE 0), MCSB(n,m)
* [LOG(MCSB(n,m)+epsilon)-LOG(MCS(n,m)+epsilon)]);
Restriccion1(n).. sum(m,MCSB(n,m))=E=sum(m,MCSB(m,n));
Restriccion2.. sum((n,m), MCSB(n,m))=E=1;
*4) definición del modelo
*Comenzar a iterar desde la MCS que importamos
MCSB.L(n,m)=MCS(n,m);
*límite inferior de las celdas cero
MCSB.LO(n,m)=0;
*límite superior de las celdas 1
MCSB.UP(n,m)=1;
*las celdas que tenían cero mantienen el cero
MCSB.FX(n,m) $(not MCS(n,m))=0;
Model Balanceo /EqObjetivo, Restriccion1, Restriccion2/;
solve Balanceo using nlp minimizing Objetivo;
*Guardamos valores óptimos como parámetros
parameter MCS_balanceda(n,m) MCS Balanceada;
```

```

MCS_balancedada(n,m)=MCSB.L(n,m);
*ubicamos de nuevo los negativos
MCS_balancedada(n,m)$(valoresN(n,m) LT 0)=valoresN(n,m);
*Los restamos de la celda en que son positivos
MCS_balancedada(n,m)$(valoresN(m,n) LT
0)=MCS_balancedada(n,m)+valoresN(m,n);
*Transformamos proporciones flujos
MCS_balancedada(n,m)=MCS_balancedada(n,m)*sumtotal;
*Subimos la Información de GAMS a GDx
execute_unload "EC.gdx" MCS_balancedada
*Subimos la Información del balanceo de GDx a Excel
execute 'gdxxrw.exe EC.gdx o=ECbalanceo.xlsx
par=MCS_balancedada'

```

Aspectos a tener en cuenta

Se incorpora un parámetro (escalar) ϵ para que en el momento de buscar una solución no se evalúe un cero directamente en el logaritmo (lo cual detendría el programa), sino un valor positivo muy pequeño que no altere la optimalidad del valor de las variables a elegir.

Resultados

En el caso del método de MCO la ventana de procesos de GAMS arroja la siguiente respuesta, con lo que sabemos que la MCS ha sido balanceada.

```

** Feasible solution. Value of objective = 8.877292112150E-
03
Iter Phase Ninf Objective RGmax NSB Step InItr MX OK
11 3 2.1931483695E-03 9.0E-02 21 3.0E-02 F T
16 4 6.7913596743E-04 7.9E-15 20
** Optimal solution. Reduced gradient less than tolerance.

```

En el caso de EC la ventana de procesos luego de varias iteraciones arroja:

```

** Feasible solution. Value of objective = 0.149515014133
Iter Phase Ninf Objective RGmax NSB Step InItr MX OK
11 3 1.2660854737E-01 5.5E+01 23 1.3E-02 1 F T
16 3 6.3650232013E-02 2.6E+00 23 5.4E-01 1 F T
21 3 2.4766117815E-02 1.2E+00 23 7.6E-04 T T
26 4 5.0034004553E-03 9.9E-01 22 1.0E+00 4 F T
31 4 2.7280249716E-03 5.2E+01 23 1.5E+11 1 F T
36 4 2.6321293416E-03 1.8E+01 23 1.1E+06 1 F T
41 4 2.5830941055E-03 2.4E-06 23 1.0E+00 2 F T
42 4 2.5830941055E-03 3.6E-09 23
** Optimal solution. Reduced gradient less than tolerance.

```


En ambos casos un output de la ventana de procesos como el siguiente confirma que la información fue almacenada satisfactoriamente en un archivo de Excel²² en la ruta del proyecto.

GDXXRW Jul 14, 2011 23.7.3 WIN 27723.27726 VS8 x86/MS Windows
 Input file: C:\XX_XX\MCO.gdx
 Output file: C:\XX_XX\MCObalanceo.xlsx

Los resultados del balanceo por Mínimos Cuadrados Ordinarios y Entropía Cruzada, al igual que los cambios porcentuales con respecto a la matriz desbalanceada, se presentan en las tablas 3.11 y 3.12.

Tabla 3.11A. MCS balanceada por MCO, 2008
 (Precios corrientes, miles de millones)

	Primario	Secundario	Terciario	Salarios	Exc. bruto de explot.	Hogares	Gobierno	Firmas	TOTAL
Primario	46.380	27.539	11.274			52.157		5.236	142.586
Secundario		55.736	58.438			61.046		28.391	203.612
Terciario	15.791	42.876	126.444			157.890	63.854	76.372	483.227
Salarios	43.314	35.608	192.728						271.650
Exc. bruto de explot.	37.100	41.853	94.343						173.296
Hogares				271.650	27.388				299.038
Gobierno					12.829	6.239		33.726	52.794
Firmas					133.079	21.706	-11.060		143.725
TOTAL	142.586	203.612	483.227	271.650	173.296	299.038	52.794	143.725	1.769.928

Fuente: cuentas propias.

Tabla 3.11B Cambios porcentuales de la MCS balanceada por MCO con respecto a la MCS desbalanceada

	Primario	Secundario	Terciario	Salarios	Exc. bruto de explot.	Hogares	Gobierno	Firmas	TOTAL
Primario	-2%	74%	-22%			-14%	-100%	89%	1%
Secundario	-100%	-1%	-21%			-25%	-100%	-26%	-23%
Terciario	11%	49%	-1%			-4%	-10%	7%	1%
Salarios	-2%	47%	-2%						3%
Exc. bruto de explot.	-1%	41%	-3%						5%
Hogares				3%	30%				5%
Gobierno					128%	2%		48%	52%
Firmas					-3%	-35%	0%		-10%
TOTAL	-9%	31%	-5%	3%	5%	-13%	-15%	6%	-1%

Fuente: cuentas propias.

²² Para poder almacenar la información, el archivo de destino no debe estar en uso por otro programa. De lo contrario, GAMS arroja el aviso “Any changes made to the spreadsheet were not saved”.

Tabla 3.12. MCS balanceada por EC, 2008
(Precios corrientes, miles de millones)

	Primario	Secundario	Terciario	Salarios	Exc. bruto de explot.	Hogares	Gobierno	Firmas	TOTAL
Primario	47.293	23.788	14.700			58.535	259	3.198	147.773
Secundario	8.504	56.673	50.453			52.869	1.166	29.634	199.300
Terciario	14.028	42.547	127.564			155.782	59.113	81.241	480.276
Salarios	43.987	35.911	197.993						277.890
Exc. bruto de explot.	33.960	40.382	89.565						163.908
Hogares				277.890	24.223				302.113
Gobierno					7.363	6.997		35.117	49.478
Firmas					132.322	27.929	-11.060		149.190
TOTAL	147.773	199.300	480.276	277.890	163.908	302.113	49.478	149.190	1.769.928

Fuente: cuentas propias.

Tabla 3.12B Cambios porcentuales de la MCS balanceada por EC
con respecto a la MCS desbalanceada

	Primario	Secundario	Terciario	Salarios	Exc. bruto de explot.	Hogares	Gobierno	Firmas	TOTAL
Primario	0%	50%	2%			-3%	-15%	16%	5%
Secundario	-33%	0%	-32%			-35%	-43%	-23%	-25%
Terciario	-2%	48%	0%			-5%	-16%	14%	1%
Salarios	-1%	49%	1%						5%
Exc. bruto de explot.	-9%	36%	-8%						0%
Hogares				5%	15%				6%
Gobierno					31%	14%		54%	43%
Firmas					-4%	-16%	0%		-7%
TOTAL	-5%	29%	-6%	5%	0%	-13%	-20%	10%	-1%

Fuente: cuentas propias.

Aspectos a tener en cuenta

Es de resaltar que el valor Gran Total no necesariamente corresponde con el calculado inicialmente, debido al cambio a su posición inicial de los valores negativos posterior a la optimización. Este cambio mantiene la igualdad de la suma filas y la de columnas (ingresos y gastos), pero reduce el Gran Total en dos veces el valor del monto que se mueve.

El balanceo por MCO arroja cambios porcentuales mayores en valor absoluto que el balanceo por EC. Esto se debe principalmente a que el método de EC penaliza fuertemente la transformación de una celda a cero, dada la incorporación de cada valor en la función logaritmo. Por tanto, si el objetivo es tener una MCS bastante similar a la original, el método de EC resulta más conveniente. Este resultado guarda consonancia con el encontrado por Robinson *et al.* (2001) quienes a partir de una serie de simulación de Monte Carlo muestran la superioridad del método de EC frente a otros.

3.5.2 Balanceo de la MCS Economía Abierta

En esta sección empleamos el método EC para balancear la MCS presentada en la tabla 3.10 y que corresponde a la economía abierta que se va a calibrar en el capítulo 5. Sin embargo, se muestra cómo se pueden incorporar restricciones adicionales que pueden ser convenientes para el ajuste del modelo en GAMS.

Por ejemplo, supongamos que se busca que el equilibrio inicial del mercado laboral de la economía refleje el número de ocupados y un salario idéntico a través de los tres sectores. La información de la Gran Encuesta Integrada de Hogares (GEIH) indica que el total de ocupados en 2008 fue de 17.441.603, desagregados así: Sector Primario 3.378.455, Sector Secundario 2.313.495 y Sector Terciario 11.749.652 (cálculos propios con base en GEIH del Dane).

El sistema que representa el equilibrio del mercado laboral se presenta en las ecuaciones 3.8 en que $Ocupados_i$ es el número de ocupados del sector i , Salario es el salario de cada trabajador común a todos los sectores y Masa de Salarios $_i$ es la remuneración del sector i tal como aparece en la MCS. De este sistema resulta claro que, si tenemos los datos de ocupados y la masa de salarios por sector, no necesariamente existirá un salario idéntico para todos los sectores.

$$\begin{aligned} Ocupados_1 \times Salario &= Masa\ de\ Salarios_1 \\ Ocupados_2 \times Salario &= Masa\ de\ Salarios_2 \\ Ocupados_3 \times Salario &= Masa\ de\ Salarios_3 \end{aligned} \quad (3.8)$$

A fin de superar esta dificultad, balanceamos la MCS para que las celdas que contienen las masas de salarios se ajusten de tal forma que permitan un único salario, dado un nivel de ocupación exógeno.

A continuación se presenta el código empleado, del que se destaca el uso de las restricciones adicionales mencionadas.

(C.3.3) Balanceo de la MCS economía abierta por medio de Entropía Cruzada

***1) Definición de conjuntos y parámetros del modelo**

*definición de conjuntos

```
Set i      Todas las cuentas y Totales      /a1*a15/
      n(i)  Todas las cuentas sin Totales   /a1*a14/
      s(n)  Cuentas de Sectores            /a1*a3/;
```

```

*otros nombres para los conjuntos
alias (i,j),(n,m);
*definición de parámetros
table    MCS(i,j)          MCS
$ondelim
$include MCS0.csv
$offdelim
**Transformamos la matriz en proporciones del total
Parameter      sumtotal      Suma Total Transacciones;
sumtotal=sum((n,m),MCS(n,m));
*Matriz Escalada
MCS(n,m)=MCS(n,m)/sumtotal;
*epsilon para evaluar logaritmos.
scalar epsilon valor positivo muy cercano a cero;
epsilon=0.0000000000000000000000000000001;
*Información de ocupados
parameter L(s) Total de Ocupados;
L("a1")=3378455;
L("a2")=2313495;
L("a3")=11749652;
*2) Definición de variables
Variables
MCSB(n,m)    MCS Balanceada
Objetivo     Función a minimizar
MS(s)        Masa de Salarios
w            Salario por Trabajador;
*3) Definición de ecuaciones
Equations
EqObjetivo   Ecuación a optimizar
Restriccion1(n) Igualdad entre filas y columnas
Restriccion2    Suma de toda MCS=1
Restriccion3(s) Eq de las Masas de salarios
Restriccion4(s) Eq de Salario y Ocupados;
EqObjetivo.. Objetivo=E=sum((n,m) $(MCS(n,m) NE 0), MCSB(n,m)
*[LOG(MCSB(n,m)+epsilon)-LOG(MCS(n,m)+epsilon)]);
Restriccion1(n).. sum(m,MCSB(n,m))=E=sum(m,MCSB(m,n));
Restriccion2.. sum((n,m), MCSB(n,m))=E=1;
Restriccion3(s).. MS(s)=E=MCSB("a4",s);
Restriccion4(s).. MS(s)=E=w*L(s);
*4) Definición del modelo
*Comenzar a iterar desde la MCS que importamos
MCSB.L(n,m)=MCS(n,m);
*límite inferior de las celdas cero
MCSB.LO(n,m)=0;
*límite superior de las celdas 1
MCSB.UP(n,m)=1;
*las celdas que tenían cero mantienen el cero
MCSB.FX(n,m) $(not MCS(n,m))=0;
Model Balanceo /all/;

```

```

solve Balanceo using nlp minimizing Objetivo;
*Guardamos valores óptimos como parámetros
parameter MCS_balanceada(n,m) MCS Balanceada;
MCS_balanceada(n,m)=MCSB.L(n,m);
*Transformamos proporciones flujos
MCS_balanceada(n,m)=MCS_balanceada(n,m)*sumtotal;

```

Aspectos a tener en cuenta

Debido a que en la MCS no hay valores negativos, eliminamos las líneas de código que manejan las celdas con este tipo de valores.

Se genera un subconjunto de n denominado s , el cual contiene los tres primeros elementos, es decir, los tres sectores productivos.

Se incorpora una parámetro $L(s)$ en el que se define el número de ocupados de cada sector de acuerdo con la GEIH. Igualmente, se definen dos variables adicionales: w que representa el salario común a cada trabajador independientemente de la actividad y $MS(s)$ que equivale a la Masa Salarial que aparece en la MCS.

Se han agregado dos conjuntos de ecuaciones denominadas $Restriccion3(s)$ y $Restriccion4(s)$. En la primera de ellas denominamos $MS(s)$ a las masas de salarios contenidas en la MCS en la cuarta fila que corresponde a salarios para las tres primeras columnas que contienen los pagos que hace cada uno de los tres sectores. En la segunda se plantean las ecuaciones que se presentaron en 3.8.

La matriz balanceada se presenta en la tabla 3.13. Es necesario resaltar que la masa de salarios de cada sector es de \$48.517 m. de m., \$33.224 m. de m. y \$168.734 m. de m. Igualmente, el salario anual que presenta el balanceo y que puede ser obtenido como el ratio de cada masa de salarios al número de ocupados es de \$14.360.830.

Recordemos que esta matriz de contabilidad social balanceada representa la economía que calibraremos en el capítulo 5.

Tabla 3.13. MCS Economía Abierta balanceada por Entropía Cruzada, 2008
(Precios corrientes, miles de millones)

	Primario	Secundario	Terciario	Salarios	Exc. bruto de explot.	Impuestos a la Producción	Aranceles	Firmas	Gobierno	Hogares	Resido del Mundo	Impuestos Directos	Rentas a la Propiedad + Transferencias	Inversión Ahorro	TOTAL
Primario	47.251	16.127	15.623						324	62.320	47.792			2.948	192.385
Secundario	12.521	56.622	79.023						2.153	82.953	34.192			40.263	307.728
Terciario	31.758	70.593	61.006						69.659	155.917	6.833			70.410	466.176
Salarios	48.517	33.224	168.735												250.476
Exc. bruto de explot.	38.570	28.981	110.397												177.948
Impuestos a la Producción	3.974	21.972	21.453												47.398
Aranceles	223	3.988	4												4.215
Firmas					147.513								69.675		229.198
Gobierno					6.245	47.398	4.215					29.373	72.783		184.023
Hogares										24.008					393.472
Resto del Mundo	9.570	76.222	9.936	250.476	24.190			14.089	38.737				23.811		119.539
Impuestos Directos								23.480		5.893					29.373
Rentas a la Propiedad + Transferencias								130.067	66.336	18.146	17.701				232.249
Inversión Ahorro								61.563	6.814	32.224	13.021				113.622
TOTAL	192.385	307.728	466.176	250.476	177.948	47.398	4.215	229.198	184.023	393.472	119.539	29.373	232.249	113.622	2.747.804

Fuente: cuentas propias.

CAPÍTULO 4

CALIBRACIÓN DE UN MEGC SENCILLO PARA UNA ECONOMÍA CERRADA

La calibración de un MEGC consiste en la utilización de la información de la MCS, que representa un equilibrio estático, para encontrar el valor de un conjunto de parámetros y variables exógenas definidas en un sistema de ecuaciones. En otras palabras, calibrar un modelo es el proceso opuesto a encontrar el equilibrio general, ya que este último se define como el resultado de las variables endógenas de un sistema de ecuaciones dados unos valores para parámetros y exógenas, mientras que la calibración se refiere a encontrar el valor de las exógenas y parámetros, de tal manera que la solución sea el conjunto de endógenas que describe la MCS.

En este capítulo empleamos la MCS de la economía colombiana cerrada presentada en el capítulo anterior (y que fue balanceada por Entropía Cruzada en la sección 3.5) para calibrar una economía sencilla y hacer algunas simulaciones simples. Esta se presenta en la tabla 4.1 con unas etiquetas que representan los elementos de los conjuntos que tendrá el modelo en GAMS.

Tabla 4.1. MCS economía colombiana cerrada, 2008

(Precios corrientes, miles de millones)

	SPR	SSE	STE	TRA	CAP	HH	GOB	FIR	TOT
SPR	47.293	23.788	14.700			58.535	259	3.198	147.773
SSE	8.504	56.673	50.453			52.869	1.166	29.634	199.300
STE	14.028	42.547	127.564			155.782	59.113	81.241	480.276
TRA	43.987	35.911	197.993						277.890
CAP	33.960	40.382	89.565						163.908
HH				277.890	24.223				302.113
GOB					7.363	6.997		35.117	49.478
FIR					132.322	27.929	-11.060		149.190
TOT	147.773	199.300	480.276	277.890	163.908	302.113	49.478	149.190	1.769.928

Fuente: cuentas propias.

Este capítulo se divide en cuatro partes. La primera presenta la estructura y el sistema de ecuaciones que comprende la economía a modelar. La segunda presenta algunos aspectos teóricos de la calibración al igual que una descripción detallada del mencionado proceso. En la tercera sección se presenta el código en GAMS del modelo, el cual incluye la calibración y la réplica del equilibrio inicial y en la última hacemos unas simulaciones de política.

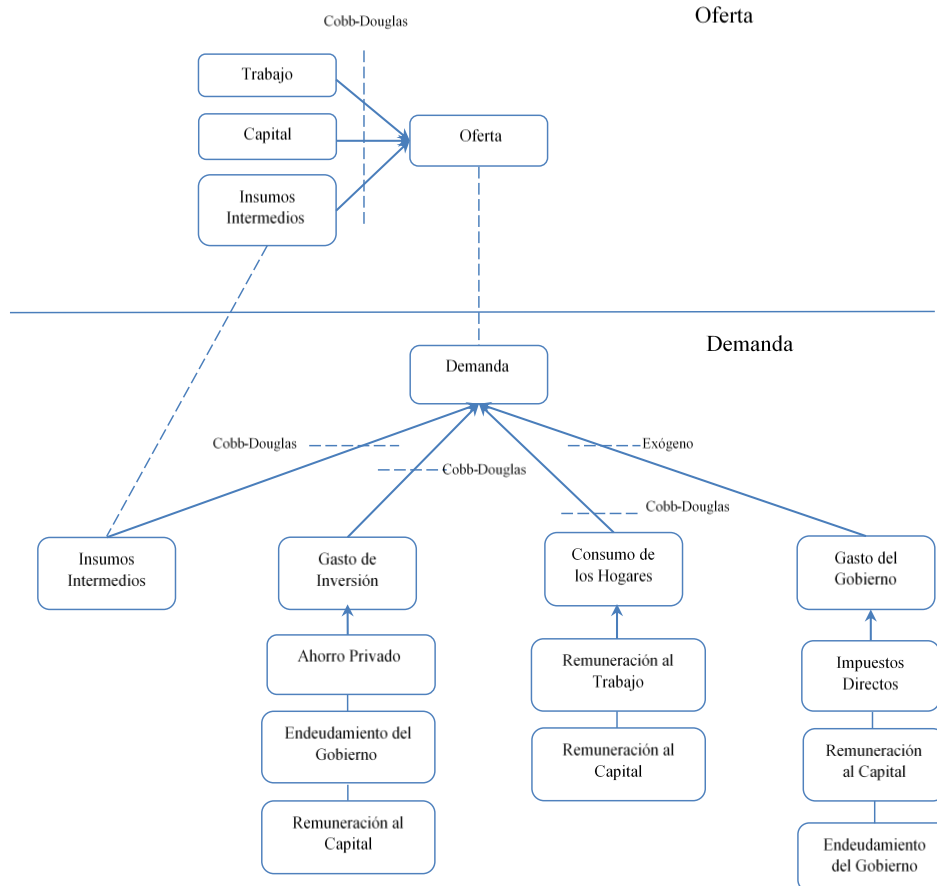
4.1 El modelo

Recordemos que en esta economía hay tres ramas de actividad: Sectores Primario, Secundario y Terciario; dos factores de producción: Capital y Trabajo, y tres sectores institucionales: Hogares, Gobierno y Firmas. Supongamos adicionalmente que el modelo presenta las siguientes características, las cuales resultan evidentes de la MCS:

- Los tres sectores productivos emplean insumos de las tres ramas de actividad al igual que capital y trabajo en la producción de bienes únicos de su sector, es decir no hay subproductos.
- Los Hogares se apropian de todo el ingreso laboral mientras que el ingreso por Capital se reparte entre Firmas, Gobierno y Hogares.
- Los Hogares ahorran una fracción de su ingreso y pagan impuestos. El resto lo destinan a consumir. El ahorro de los Hogares se envía a las Firmas.
- El Gobierno recibe ingresos por impuestos sobre la renta de Hogares y Firmas. No hay impuestos a la producción. El Gobierno se endeuda con las Firmas para suplir sus demandas de consumo.
- Las Firmas usan sus ingresos para pagar impuestos, el restante se suma al ahorro de Hogares para comprar bienes de capital (Inversión) y para financiar el déficit del Gobierno.

A continuación se presenta una posible estructura para la economía contenida en la MCS de la economía cerrada de la tabla 4.1. Esta guarda cierta similitud con la economía presentada en el capítulo 2, sin embargo, esta economía es más amplia en varios aspectos: en la producción se emplean bienes de consumo intermedio. El hogar no solo consume sino que ahorra y paga impuestos. Existe un Gobierno que recauda impuestos, tiene propiedad sobre el capital, se endeuda y gasta. Existe un sector institucional denotado Firmas (distinto al productivo) que paga impuestos, emplea los ahorros de los Hogares y los ingresos por su propiedad del capital en la demanda de bienes de Inversión y en financiar el déficit del Gobierno. La Inversión es un gasto estéril debido a la naturaleza de un solo periodo del modelo.

Gráfico 4.1. Ramificación de la producción y la demanda en la economía cerrada



Fuente: elaboración propia.

En el gráfico 4.1 se presenta un esquema con la ramificación de la producción y la demanda de bienes de la economía. En este se resaltan las formas funcionales que guían las elecciones de oferta y demanda de bienes y factores, al igual que las fuentes de ingreso que permiten hacer las demandas de bienes finales a los sectores institucionales. Por ejemplo, en el caso del gasto de Inversión, como se detallará más adelante, se unen recursos de ahorro de Hogares e ingresos por propiedad de capital de las Firmas y se descuenta el déficit del Gobierno que financian estas últimas. Los recursos restantes se emplean en hacer demandas de bienes siguiendo una estructura del tipo Cobb-

Douglas, es decir, el porcentaje del gasto de cada bien dentro del total es constante.

4.1.1 Producción

En esta economía cada firma maximiza los beneficios que provienen de la producción de un único tipo de bien. Para su elaboración, a diferencia del modelo del capítulo 2, demanda bienes de cada uno de los tres sectores. Igualmente, emplea factores productivos: capital y trabajo. Cada firma tiene una función de producción tipo Cobb-Douglas, en la que los insumos se sustituyen imperfectamente²³ con la siguiente estructura²⁴:

$$x_i^s = A_i K_i^{\alpha_i} L_i^{\beta_i} x_{1,i}^{\gamma_i} x_{2,i}^{\theta_i} x_{3,i}^{\sigma_i} \quad \forall i = 1,2,3 \quad (4.1)$$

con $1 = \alpha_i + \beta_i + \gamma_i + \theta_i + \sigma_i$

Donde las variables endógenas son x_i^s (nivel de producción u oferta), K_i (demanda de capital), L_i (demanda de trabajo), $x_{1,i}$ (demanda de bienes del sector i al sector primario), $x_{2,i}$ (demanda de bienes del sector i al sector secundario) y $x_{3,i}$ (demanda de bienes del sector i al sector terciario). Mientras que A_i es el nivel de tecnología o PTF y α_i , β_i , γ_i , θ_i y σ_i son las elasticidades de los factores e insumos al producto.

La función de beneficios de cada firma viene dada por la diferencia entre los ingresos provenientes de la producción y los costos de los insumos. Esta tiene la estructura:

$$\pi_i = p_i x_i^s - r K_i - w L_i - p_1 x_{1,i} - p_2 x_{2,i} - p_3 x_{3,i} \quad (4.2)$$

El problema de cada firma vendría dado por:

$$\begin{aligned} \max_{x_i^s, K_i, L_i, x_{1,i}, x_{2,i}, x_{3,i} \in \mathbb{R}_+} \quad & \pi_i = p_i x_i^s - r K_i - w L_i - p_1 x_{1,i} - p_2 x_{2,i} \\ & - p_3 x_{3,i} \\ \text{s. a.} \quad & x_i^s = A_i K_i^{\alpha_i} L_i^{\beta_i} x_{1,i}^{\gamma_i} x_{2,i}^{\theta_i} x_{3,i}^{\sigma_i} \quad \forall i = 1,2,3 \end{aligned} \quad (4.3)$$

²³ En un MEGC resulta poco adecuado emplear sustitución perfecta entre diversos insumos intermedios al igual que entre insumos intermedios y factores. Aquí por simplicidad se omite este asunto; sin embargo, el capítulo siguiente presenta la metodología para hacer un supuesto más realista del comportamiento del consumo intermedio.

²⁴ Aquí se omite el superíndice "D" que antes especificaba que las variables eran demandas de factores por simplicidad en la notación y dada un oferta inelástica.

Del cual se desprenden cinco condiciones de primer orden, que como se mostró en el capítulo 2 equivalen a las demandas de insumos y factores en el caso de funciones de producción homogéneas de grado 1.

$$\begin{aligned}
 p_i \alpha_i A_i K_i^{\alpha_i - 1} L_i^{\beta_i} x_{1,i}^{\gamma_i} x_{2,i}^{\theta_i} x_{3,i}^{\sigma_i} &= r \\
 p_i \beta_i A_i K_i^{\alpha_i} L_i^{\beta_i - 1} x_{1,i}^{\gamma_i} x_{2,i}^{\theta_i} x_{3,i}^{\sigma_i} &= w \\
 p_i \gamma_i A_i K_i^{\alpha_i} L_i^{\beta_i} x_{1,i}^{\gamma_i - 1} x_{2,i}^{\theta_i} x_{3,i}^{\sigma_i} &= p_1 \\
 p_i \theta_i A_i K_i^{\alpha_i} L_i^{\beta_i} x_{1,i}^{\gamma_i} x_{2,i}^{\theta_i - 1} x_{3,i}^{\sigma_i} &= p_2 \\
 p_i \sigma_i A_i K_i^{\alpha_i} L_i^{\beta_i} x_{1,i}^{\gamma_i} x_{2,i}^{\theta_i} x_{3,i}^{\sigma_i - 1} &= p_3 \\
 \forall i = 1, 2, 3
 \end{aligned}$$

Estas pueden ser reescritas convenientemente como

$$\begin{aligned}
 p_i \alpha_i \frac{x_i^s}{K_i} &= r \\
 p_i \beta_i \frac{x_i^s}{L_i} &= w \\
 p_i \gamma_i \frac{x_i^s}{x_{1,i}} &= p_1 \\
 p_i \theta_i \frac{x_i^s}{x_{2,i}} &= p_2 \\
 p_i \sigma_i \frac{x_i^s}{x_{3,i}} &= p_3 \\
 \forall i = 1, 2, 3
 \end{aligned} \tag{4.4}$$

Por lo cual las ecuaciones 4.1 y 4.4 representan la oferta de cada sector y las demandas de factores e insumos de cada uno de los tres sectores respectivamente. Estas representan el bloque de producción de la economía cerrada.

4.1.2 Hogares

Como habíamos mencionado, los Hogares perciben ingresos de su propiedad del capital y de la remuneración al trabajo²⁵. Supongamos que la participación en la propiedad del capital que corresponde al hogar equivale a $\psi_{hh} \in [0,1]$. Igualmente, supongamos que la oferta de factores productivos es inelástica y

²⁵ Como se mostró en el capítulo 2, los beneficios de las firmas con funciones de producción con rendimientos constantes a escala son nulos.

equivalente a K^S y L^S . Bajo estas condiciones el ingreso total de los Hogares equivale a:

$$wL^S + \psi_{hh}rK^S$$

El hogar paga impuestos directos sobre todo su ingreso a una tasa $\tau_{hh} \in [0,1]$ y ahorra una fracción constante $s \in [0,1]$ del ingreso después de impuestos. El ingreso disponible después de impuestos y de ahorro lo destina a demandar bienes de los tres sectores. La restricción presupuestal que enfrenta el hogar vendría dada por la expresión:

$$[(wL^S + \psi_{hh}rK^S)(1 - \tau_{hh})](1 - s) \geq p_1x_1 + p_2x_2 + p_3x_3 \quad (4.5)$$

En el lado izquierdo de la desigualdad encontramos los ingresos de los Hogares mientras en el derecho encontramos el valor de la cesta a demandar. Los Hogares hacen sus elecciones de consumo maximizando una función de utilidad del tipo Cobb-Douglas en logaritmos con la estructura:

$$U(x_1, x_2, x_3) = \phi_1 \ln x_1 + \phi_2 \ln x_2 + \phi_3 \ln x_3 \quad (4.6)$$

con $\phi_1 + \phi_2 + \phi_3 = 1$

Por tanto el problema del hogar se reduce a:

$$\begin{aligned} \max_{x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{R}_+} U(x_1, x_2, x_3) &= \phi_1 \ln x_1 + \phi_2 \ln x_2 + \phi_3 \ln x_3 \quad (4.7) \\ \text{s. a. } &[(wL^S + \psi_{hh}rK^S)(1 - \tau_{hh})](1 - s) \\ &\geq p_1x_1 + p_2x_2 + p_3x_3 \end{aligned}$$

Del cual se desprende el siguiente conjunto de demandas marshallianas:

$$x_i^{hh} = \frac{\phi_i [(wL^S + \psi_{hh}rK^S)(1 - \tau_{hh})](1 - s)}{p_i} \quad (4.8)$$

$\forall i = 1, 2, 3$

Estas tres ecuaciones en 4.8 representan las elecciones de consumo de Hogares en el sistema de ecuaciones de la economía cerrada.

4.1.3 Gobierno

A diferencia del modelo de equilibrio general sencillo presentado en el capítulo 2, en este modelo aparece el Gobierno como un agente que demanda bienes finales, en especial bienes del sector terciario (servicios), donde, como se desprende de la Matriz Utilización, la demanda del Gobierno se encuentra

en los sectores productivos: “Servicios de Administración pública y defensa; dirección, administración y control del sistema de seguridad social” y “Servicios de enseñanza de no mercado”.

Para hacer estas demandas el Gobierno tiene ingresos por su participación en la propiedad del capital $\psi_g \in [0,1]$ y por los impuestos a ingresos que cobra a Firms y Hogares. El exceso de gastos sobre ingresos (déficit) lo financia a través de endeudamiento con las Firms. Supongamos que el plan de gastos del Gobierno es exógeno, es decir las cantidades que elige x_i^g no dependen de su ingreso como en el caso de los Hogares. Debido a que los ingresos del Gobierno son endógenos, es decir, dependen del equilibrio de la economía, y las cantidades que compra exógenas²⁶, el déficit del Gobierno D^g debe ser endógeno para permitir igualdad entre ingresos (incluyendo el déficit) y gastos entre simulaciones que alteren el ingreso.

Los ingresos por impuestos a Hogares (T^{hh}) y Firms (T^f) vendrían dados por:

$$T^{hh} = (wL^S + \psi_{hh}rK^S)\tau_{hh} \quad (4.9)$$

$$T^f = (\psi_f rK^S)\tau_f \quad (4.10)$$

Los ingresos por propiedad del capital vendrían dados por:

$$\psi_g rK^S$$

Mientras que el gasto del Gobierno (G) vendría dado por:

$$G = \sum_{i=1}^3 p_i x_i^g = p_1 x_1^g + p_2 x_2^g + p_3 x_3^g \quad (4.11)$$

Por lo que el déficit del Gobierno (D^g) vendría dado por:

$$D^g = T^{hh} + T^f + \psi_g rK^S - G \quad (4.12)$$

4.1.4 Firms

Otra fuente de demanda que no se tenía en el modelo del capítulo segundo proviene de las Firms. En ellas recae el gasto de Inversión para esta versión simplificada de la economía. Es de destacar nuevamente que el sector

²⁶ El valor del gasto también es exógeno para el Gobierno, ya que como agente también es precio-aceptante; sin embargo, es endógeno para el modelo, debido a que los precios son endógenos.

institucional Firms y los tres sectores productivos se manejan de manera independiente.

Las Firms perciben ingresos únicamente de su propiedad del capital $\psi_f \in [0,1]$, es decir, reciben $\psi_f rK^S$. Pagan impuestos sobre sus ingresos por el capital y captan los ahorros de Hogares. Su ingreso disponible lo destinan a la compra de bienes de capital de las tres ramas de actividad económica y a financiar el déficit del Gobierno. El ingreso por capital después de pagar impuestos (M^f) vendría dado por:

$$M^f = \psi_f rK^S(1 - \tau_f) \quad (4.13)$$

El ahorro de los Hogares (S^{hh}) vendría dado por:

$$S^{hh} = [(wL^S + \psi_{hh} rK^S)(1 - \tau_{hh})]s \quad (4.14)$$

El ingreso disponible de las Firms después de financiar el déficit del Gobierno (RI^f) viene dado por²⁷:

$$RI^f = M^f + S^{hh} + D^g \quad (4.15)$$

Suponemos que las Firms deciden destinar una fracción constante del ingreso disponible después de financiar al Gobierno a la compra de bienes de capital de cada sector²⁸. Sea $\lambda_i \in [0,1]$ la participación del gasto de Inversión de cada firma en el sector i . Se debe satisfacer que: $\sum_{i=1}^3 \lambda_i = 1$. Por tanto, las demandas de Inversión de las Firms por bienes de cada sector vendrían dadas por x_i^f en la expresión:

$$\begin{aligned} \lambda_i RI^f &= p_i x_i^f \\ \forall i &= 1,2,3 \end{aligned} \quad (4.16)$$

4.1.5 Equilibrio general

El sistema presentado, que comprende 31 ecuaciones, incluye las demandas, las ofertas y las definiciones de ingreso propuestas para la economía sintetizada en la MCS de la tabla 4.1. Harían falta ecuaciones para determinar el equilibrio en los mercados tanto de bienes (3) como de factores (2). Estas

²⁷ Tal como se definió en la ecuación 4.12, el déficit del Gobierno (de existir) tiene signo negativo, por lo que en esta expresión se agrega aditivamente. Con esto los recursos para Inversión RI^f se reducen.

²⁸ Este supuesto es equivalente a decir que las firmas deciden sus demandas de bienes de capital siguiendo una función de utilidad Cobb-Douglas.

condiciones de vaciamiento de los mercados se presentan en las tres últimas líneas del sistema de ecuaciones 4.17 que resume el modelo.

$$\begin{aligned}
x_i^s &= A_i K_i^{\alpha_i} L_i^{\beta_i} x_{1,i}^{\gamma_i} x_{2,i}^{\theta_i} x_{3,i}^{\sigma_i} \\
p_i \alpha_i \frac{x_i^s}{K_i} &= r \\
p_i \beta_i \frac{x_i^s}{L_i} &= w \\
p_i \gamma_i \frac{x_i^s}{x_{1,i}} &= p_1 \\
p_i \theta_i \frac{x_i^s}{x_{2,i}} &= p_2 \\
p_i \sigma_i \frac{x_i^s}{x_{3,i}} &= p_3 \\
x_i^{hh} &= \frac{\phi_i [(wL^S + \psi_{hh} r K^S)(1 - \tau_{hh})](1 - s)}{p_i} \\
T^{hh} &= (wL^S + \psi_{hh} r K^S) \tau_{hh} \\
T^f &= (\psi_f r K^S) \tau_f \\
G &= \sum_{i=1}^3 p_i x_i^g \\
D^g &= T^{hh} + T^f + \psi_g r K^S - G \\
M^f &= \psi_f r K^S (1 - \tau_f) \\
S^{hh} &= [(wL^S + \psi_{hh} r K^S)(1 - \tau_{hh})]s \\
Rl^f &= M^f + S^{hh} + D^g \\
\lambda_i Rl^f &= p_i x_i^f \\
x_i^s &= \sum_{j=1}^3 X_{i,j} + x_i^{hh} + x_i^g + x_i^f \\
L^S &= \sum_{j=1}^3 L_j
\end{aligned} \tag{4.17}$$

$$K^S = \sum_{j=1}^3 K_j$$

$$\forall i = 1,2,3$$

En total tendríamos 36 ecuaciones para determinar el equilibrio general de esta economía cerrada. El conjunto de parámetros y variables exógenas que procederemos a calibrar en la siguiente sección se presentan en 4.18 y 4.19, respectivamente.

$$\alpha_i, \beta_i, \gamma_i, \theta_i, \sigma_i, \phi_i, \lambda_i, \psi_{hh}, \psi_f, \psi_g, \quad (4.18)$$

$$\forall i = 1,2,3$$

$$A_i, L^S, K^S, x_i^g, s, \tau_{hh}, \tau_f, \quad (4.19)$$

$$\forall i = 1,2,3$$

El criterio para separar parámetros de variables exógenas es simple, pero arbitrario. Mientras las variables exógenas son aquellas susceptibles de cambiar entre simulaciones (también denominadas choques exógenos o de política) para determinar las características del nuevo equilibrio, para los parámetros no resulta de interés hacer este cambio. Esta distinción que se hace aquí y en las siguientes secciones tiene fines meramente ilustrativos, ya que para GAMS no existe.

Las variables endógenas que en total igualan el número de ecuaciones, es decir 36, serían:

$$x_i^s, K_i, L_i, x_{1,i}, x_{2,i}, x_{3,i}, r, w, p_i, x_i^{hh}, T^{hh}, T^f, G, D^g, M^f, S^{hh}, R1^f, x_i^f \quad (4.20)$$

$$\forall i = 1,2,3$$

Cierre del modelo

Al ser un modelo de un solo periodo las elecciones de asignación intertemporal del ingreso que dan origen al (des)ahorro en los modelos walrasianos no tienen cabida. Se opta por una asignación del ingreso entre ahorro y consumo de acuerdo con la teoría keynesiana, por simpleza más que por cualquier otra cosa. La modelación walrasiana del ahorro implicaría involucrar más de un periodo de tiempo en la elección de los agentes, lo que ocasiona un requerimiento adicional de información demasiado alto.

Sin embargo, en la literatura de MEGC existen ajustes para permitir la igualación de las demandas de Inversión y el ahorro de la economía. Estos

suelen denominarse los cierres del modelo, y consisten en la elección de cuál variable en este mercado es exógena y cuál endógena. Recordemos que en el modelo presentado el ahorro de los Hogares es un porcentaje fijo del ingreso después de impuestos, determinado por la denominada propensión marginal a ahorrar $s \in [0,1]$, la cual es una variable exógena. Por otro lado los recursos para Inversión, RI^f , son iguales a la suma de ahorro de Hogares, ingresos por propiedad del capital de Firmas (ajustando por el déficit del Gobierno) y son endógenos.

Una alternativa a esta modelación sería convertir este parámetro s en endógeno y los recursos de Inversión RI^f como fijos. Este cierre denominado “guiado por la Inversión” no cambia en general la factibilidad del cómputo del equilibrio²⁹, ya que se cuenta con el mismo número de variables endógenas y de ecuaciones. Sin embargo, en esta formulación, la tasa de ahorro se ajusta endógenamente para lograr exactamente los recursos de Inversión RI^f . Por ejemplo, si crece el ingreso de los Hogares, la tasa de ahorro debe disminuir en el nuevo equilibrio *ceteris paribus*, ya que los recursos necesarios para Inversión son fijos.

En nuestro modelo, con un cierre denominado “guiado por el ahorro”, el mismo crecimiento de los ingresos de Hogares incrementa los recursos para Inversión dada una tasa de ahorro fija. Estos dos cierres tienen efectos muy disimiles sobre los resultados de la simulación. Por ello el cierre debe ser escogido por el modelador en perspectiva con la finalidad del modelo y las características de la economía.

4.2 El proceso de calibración

En esta sección se presenta detalladamente el proceso de determinación de los valores de las variables exógenas y parámetros del modelo. Para ello se expone inicialmente el concepto de normalización de precios que permite manejar la diferencia entre Valores y Cantidades de la MCS. Luego, siguiendo la misma estructura de Bloques de la sección 4.1, se calibran los valores de las variables exógenas y los parámetros.

²⁹ Tampoco se altera el hecho de que el equilibrio inicial debe replicar al de la MCS.

4.2.1 Normalización de precios

Una de las dificultades para el uso de la información contenida en la MCS es que esta se encuentra en valores monetarios, es decir: Valor = Precio * Cantidad, mientras que el modelo usa precios y cantidades por aparte. Para sortear esta dificultad recurrimos a una normalización de todos los precios en la economía. Para entender este procedimiento supongamos que tenemos el gasto (V) de los Hogares en litros de leche (Q), cuyo precio es p.

$$V = p * Q$$

Donde el gasto es igual a \$6000, el precio por litro es \$1000 y los litros demandados son 6.

$$\$6000 = \$1000/\text{Lt} * 6 \text{ Lt}$$

La normalización consiste en asumir todos los precios iguales a uno y re-expresar la cantidad de tal forma que se mantenga el valor constante. En ese caso tenemos un nuevo Q, \tilde{Q} . Si el precio unitario es p' , tendríamos:

$$V = p' * \tilde{Q} \rightarrow V = 1 * \tilde{Q} \text{ Por lo que } \$6000 = \$1/\text{ml} * 6000\text{ml}$$

Como se puede observar, la cantidad que se va a analizar ha cambiado sus unidades de medida, pero el valor permanece inalterado. Sin embargo, este supuesto permite separar adecuadamente la cantidad del precio en ocasiones en que es necesario. Este procedimiento, que no necesariamente carece de críticas, permite encontrar, como se verá adelante, los valores de las PTF de las funciones de producción y los *stocks* de trabajo y capital totales.

4.2.2 Calibración de la economía cerrada

A continuación presentamos la calibración de los parámetros y variables exógenas del modelo. Para ello dividimos la calibración en los cuatro bloques de la sección 4.1 que presentó el modelo teórico y empleamos sus ecuaciones para despejar los parámetros y variables exógenas a las que les encontraremos el valor puntual.

Producción

A partir de las condiciones de primer orden del problema de maximización de beneficios de la firma, las cuales se presentaron en las ecuaciones 4.4, podemos despejar las elasticidades de factores e insumos al producto:

$\alpha_i, \beta_i, \gamma_i, \theta_i, \sigma_i$. Empleando la información de la MCS y dado que estos parámetros son simplemente el ratio del gasto en cada factor o insumo al gasto total en factores e insumos por sector, encontramos los siguientes valores:

$$\alpha_i = \frac{rK_i}{p_i X_i^S} = \frac{MCS_{CAP,i}}{MCS_{TOT,i}}$$

$$\beta_i = \frac{wL_i}{p_i X_i^S} = \frac{MCS_{TRA,i}}{MCS_{TOT,i}}$$

$$\gamma_i = \frac{p_1 X_{1,i}}{p_i X_i^S} = \frac{MCS_{SPR,i}}{MCS_{TOT,i}}$$

$$\theta_i = \frac{p_2 X_{2,i}}{p_i X_i^S} = \frac{MCS_{SSE,i}}{MCS_{TOT,i}}$$

$$\sigma_i = \frac{p_3 X_{3,i}}{p_i X_i^S} = \frac{MCS_{STE,i}}{MCS_{TOT,i}}$$

$$\forall i = 1,2,3$$

Parámetro	Sector primario	Sector secundario	Sector terciario
α_i	$\frac{33.960}{147.773} = 0,23$	$\frac{40.382}{199.300} = 0,20$	$\frac{89.565}{480.276} = 0,19$
β_i	$\frac{43.987}{147.773} = 0,30$	$\frac{35.911}{199.300} = 0,18$	$\frac{197.993}{480.276} = 0,41$
γ_i	$\frac{47.293}{147.773} = 0,32$	$\frac{23.788}{199.300} = 0,12$	$\frac{14.700}{480.276} = 0,03$
θ_i	$\frac{8.504}{147.773} = 0,06$	$\frac{56.673}{199.300} = 0,28$	$\frac{50.453}{480.276} = 0,11$
σ_i	$\frac{14.028}{147.773} = 0,09$	$\frac{42.547}{199.300} = 0,21$	$\frac{127.564}{480.276} = 0,27$

(4.21)

Los parámetros de las PTF se encuentran utilizando la normalización de precios y la función de producción de las ecuaciones 4.1. Despejando de esta última A_i y dado que los valores monetarios de la MCS ahora son cantidades, tendríamos:

$$A_i = \frac{x_i^S}{K_i^{\alpha_i} L_i^{\beta_i} X_{1,i}^{\gamma_i} X_{2,i}^{\theta_i} X_{3,i}^{\sigma_i}} = \frac{MCS_{TOT,i}}{MCS_{CAP,i}^{\alpha_i} MCS_{TRA,i}^{\beta_i} MCS_{SPR,i}^{\gamma_i} MCS_{SSE,i}^{\theta_i} MCS_{STE,i}^{\sigma_i}}$$

Sector	A_i
Primario	$\frac{147.773}{(33.960)^{0,23} (43.987)^{0,30} (47.293)^{0,32} (8.504)^{0,06} (14.028)^{0,09}} = 4,26$
Secundario	$\frac{199.300}{(40.382)^{0,20} (35.911)^{0,18} (23.788)^{0,12} (56.673)^{0,28} (42.547)^{0,21}} = 4,82$
Terciario	$\frac{480.276}{(89.565)^{0,19} (197.993)^{0,41} (14.700)^{0,03} (50.453)^{0,11} (127.564)^{0,27}} = 3,95$

(4.22)

Por último, la normalización de precios, que implica que en el equilibrio base $w = 1$ y $r = 1$, permite emplear los pagos totales a trabajadores y dueños del capital para encontrar la oferta de capital y trabajo:

$$L^S = MCS_{TRA,TOT} = 277.890$$

$$K^S = MCS_{CAP,TOT} = 163.908$$
(4.23)

Hogares

A partir de las demandas marshallianas de los Hogares presentadas en las ecuaciones 4.8 despejamos los parámetros ϕ_i . Teniendo en cuenta que el ingreso después de impuestos y ahorro lo destina enteramente a consumir, podemos calcular el valor de los coeficientes de la siguiente forma³⁰:

$$\phi_i = \frac{p_i x_i^{hh}}{[(wL^S + \psi_{hh} r K^S)(1 - \tau_{hh})](1 - s)} = \frac{MCS_{i,HH}}{\sum_{j=1}^3 MCS_{j,HH}}$$

Sector	ϕ_i
Primario	$\frac{58.535}{302.113} = 0,22$
Secundario	$\frac{52.869}{302.113} = 0,20$

(4.24)

³⁰ La sumatoria se hace sobre el conjunto j que no es otro que el mismo conjunto i , debido a que la ecuación ya está definida sobre i .

Terciario	$\frac{155.782}{302.113} = 0,58$
-----------	----------------------------------

Por último, el coeficiente que representa el porcentaje del capital que le corresponde a los Hogares lo encontramos como el ratio de los ingresos por capital de Hogares al total de ingresos por capital de la economía.

$$\psi_{hh} = \frac{\psi_{hh} r K^S}{r K^S} = \frac{MCS_{HH,CAP}}{MCS_{TOT,CAP}} = \frac{24.223}{163.908} = 0,148 \quad (4.25)$$

Gobierno

Empleando la normalización de precios podemos encontrar las cantidades que compra exógenamente el Gobierno:

$$x_i^g = MCS_{i,GOB}$$

Sector	x_i^g
Primario	259
Secundario	1.166
Terciario	59.113

(4.26)

La tasa de impuestos sobre el ingreso (laboral y no laboral) de los Hogares se calcula como el ratio de los impuestos sobre el ingreso bruto, es decir, incluyendo el ahorro que hacen los Hogares:

$$\tau_{hh} = \frac{MCS_{GOB,HH}}{MCS_{HH,TOT}} = \frac{6.997}{302.113} = 0,023 \quad (4.27)$$

La tasa de impuestos sobre el ingreso por propiedad del capital de las Firmas se calcula como el ratio de los impuestos pagados sobre el ingreso por capital:

$$\tau_f = \frac{MCS_{GOB,FIR}}{MCS_{FIR,CAP}} = \frac{35.117}{132.322} = 0,265 \quad (4.28)$$

Por último, el coeficiente que representa el porcentaje del capital que le corresponde al Gobierno lo encontramos como el ratio de los ingresos por capital del Gobierno al total de ingresos por capital:

$$\psi_g = \frac{\psi_g rK^S}{rK^S} = \frac{MCS_{GOB,CAP}}{MCS_{TOT,CAP}} = \frac{7.363}{163.908} = 0,045 \quad (4.29)$$

Firmas

El porcentaje que las Firmas destinan a bienes de capital de cada sector puede ser obtenido a partir de las ecuaciones 4.16. Despejando λ_i y teniendo en cuenta que el ingreso después de impuestos y de financiar el déficit del Gobierno es destinado por las firmas enteramente a demandar este tipo de bienes, podemos calcular el valor de los coeficientes de la siguiente forma:

$$\lambda_i = \frac{p_i X_i^f}{R I^f} = \frac{MCS_{i,FIR}}{\sum_{j=1}^3 MCS_{j,FIR}}$$

Sector	λ_i
Primario	$\frac{3.198}{114.073} = 0,028$
Secundario	$\frac{29.634}{114.073} = 0,260$
Terciario	$\frac{81.241}{114.073} = 0,712$

(4.30)

La tasa de ahorro de los Hogares la podemos calcular a partir de la ecuación 4.14, despejando el parámetro s y empleando la MCS para obtener el valor del ingreso después de impuestos $(wL^S + \psi_{hh} rK^S)(1 - \tau_{hh})$, así tendríamos:

$$s = \frac{s^{hh}}{[(wL^S + \psi_{hh} rK^S)(1 - \tau_{hh})]} = \frac{MCS_{FIR,HH}}{MCS_{HH,TOT} - MCS_{GOB,HH}} \quad (4.31)$$

$$= \frac{27.929}{302.113 - 6.997} = \frac{27.929}{295.116} = 0,095$$

Por último, el coeficiente que representa el porcentaje del capital que le corresponde a las Firmas lo encontramos como el ratio de los ingresos por capital de las Firmas al total de ingresos por capital:

$$\psi_f = \frac{\psi_f rK^S}{rK^S} = \frac{MCS_{FIR,CAP}}{MCS_{TOT,CAP}} = \frac{132.322}{163.908} = 0,807 \quad (4.32)$$

4.3 El código

El código que se presenta a continuación, además de mantener la estructura de cuatro secciones que se ha manejado en los anteriores ejemplos, permite adicionalmente: a) calibrar los parámetros y variables exógenas tal como se presentó en la sección 4.2, b) calcular el equilibrio inicial de la economía contenida en la MCS, c) replicar la MCS para el equilibrio inicial y verificar la igualdad de ingresos y gastos de la MCS.

Como es usual, al finalizar el código se presentan algunos aspectos a destacar y un análisis de los resultados que por construcción deben ser idénticos al equilibrio inicial de la MCS.

(C.4.1) Modelo de Equilibrio General para una economía colombiana cerrada

*1) Definición de conjuntos y parámetros del modelo

```
*definición de conjuntos
set      n      Todas      las      cuentas      y      Totales
/SPR,SSE,STE,TRA,CAP,HH,GOB,FIR,TOT/
      z(n)      Todas      las      cuentas      sin      totales
/SPR,SSE,STE,TRA,CAP,HH,GOB,FIR/
      i(n) Sectores Productivos      /SPR,SSE,STE/
*otros nombres para los conjuntos
alias (n,m), (z,y), (i,j);
*definición de parámetros
*importamos la MCS
table   MCS(n,m)      MCS
$ondelim
$include MCSCerrada.csv
$offdelim
display MCS;
*Calibración
parameter
*Producción
alpha(i) Elasticidad Capital-Producto
beta(i) Elasticidad Trabajo-Producto
gamma(i) Elasticidad Bien Primario-Producto
theta(i) Elasticidad Bien Secundario-Producto
delta(i) Elasticidad Bien Terciario-Producto
A(i) Parámetro de Tecnología-PTF
Ls Trabajo Ofrecido
Ks Capital Ofrecido
*Hogares
phi(i) Importancia de cada bien en Utilidad
psihh Porcentaje de Capital del hogar
*Gobierno
xg(i) Cantidad de bienes demandada por el Gobierno
tauhh Tasa de impuestos a Hogares
```

```

tauf      Tasa de Impuestos a Firmas
psig      Porcentaje de Capital del Gobierno
*Firmas
lambda(i) Porcentaje de cada bien en gasto de Inversión
s         Propensión Marginal a Ahorrar
psif      Porcentaje de Capital de las Firmas;
*Producción
alpha(i)=MCS("CAP",i)/MCS("TOT",i);
beta(i)=MCS("TRA",i)/MCS("TOT",i);
gamma(i)=MCS("SPR",i)/MCS("TOT",i);
theta(i)=MCS("SSE",i)/MCS("TOT",i);
delta(i)=MCS("STE",i)/MCS("TOT",i);
A(i)=MCS("TOT",i)/((MCS("CAP",i)**alpha(i))*(MCS("TRA",i)**beta
(i))*(MCS("SPR",i)**gamma(i))*(MCS("SSE",i)**theta(i))*(MCS("ST
E",i)**delta(i)));
Ls=MCS("TRA","TOT");
Ks=MCS("CAP","TOT");
*Hogares
phi(i)=MCS(i,"HH")/sum(j,MCS(j,"HH"));
psihh=MCS("HH","CAP")/MCS("TOT","CAP");

*Gobierno
xg(i)=MCS(i,"GOB");
tauhh=MCS("GOB","HH")/MCS("HH","TOT");
tauf=MCS("GOB","FIR")/MCS("FIR","CAP");
psig=MCS("GOB","CAP")/MCS("TOT","CAP");
*Firmas
lambda(i)=MCS(i,"FIR")/sum(j,MCS(j,"FIR"));
s=MCS("FIR","HH")/(MCS("HH","TOT")-MCS("GOB","HH"));
psif=MCS("FIR","CAP")/MCS("TOT","CAP");
*2) Definición de variables
Variables
*Producción
xs(i)  Oferta de cada firma
K(i)   Demanda de capital por sector
L(i)   Demanda de trabajo por sector
x(i,j) Demanda de bienes intermedios por sector
p(i)   Precio de cada bien
w      Salario
r      Tasa de interés
*Hogares
xhh(i) Demanda de bienes del Hogar
*Gobierno
Thh    Impuestos del hogar
Tf     Impuestos de las Firmas
G      Gasto total del Gobierno
Dg     Endeudamiento del Gobierno
*Firmas
xf(i)  Demandas de Inversión de Firmas

```


Mf Ingreso por Capital de Firmas después de impuestos
 Shh Ahorro de Hogares
 RIf Recursos para Inversión de Firmas
 *Ficticia
 Fict Variable ficticia a Maximizar;

***3) Definición de ecuaciones**

Equations

*Producción

Eq_oferta(i) Eq. Función de producción
 Eq_De_Cap(i) Eq. CPO demanda de capital
 Eq_De_Tra(i) Eq. CPO demanda de trabajo
 Eq_De_SPR(i) Eq. CPO demanda de bienes primarios
 Eq_De_SSE(i) Eq. CPO demanda de bienes secundarios
 Eq_De_STE(i) Eq. CPO demanda de bienes terciarios

*Hogares

Eq_De_HH(i) Eq. Demanda de bienes de Hogares

*Gobierno

Eq_T_HH Eq. Impuestos del hogar
 Eq_T_F Eq. Impuestos de Firmas
 Eq_G Eq. Gasto Total del Gobierno
 Eq_Deficit Eq. Déficit del Gobierno

*Firmas

Eq_De_F(i) Eq. Demanda de bienes de Inversión Firmas
 Eq_Mf Eq. Ingreso de Firmas después de impuestos
 Eq_ShH Eq. Ahorro de Hogares
 Eq_RIf Eq. Recursos para Inversión

*Equilibrio General

Eq_Equi_bi(i) Eq. Equilibrio mercado de bienes
 Eq_Equi_L Eq. Equilibrio mercado de Trabajo
 Eq_Equi_K Eq. Equilibrio mercado de capital

*Ficticia

Eq_Fict Eq. Variable Ficticia;

*Producción

Eq_oferta(i).. $xs(i) = E = A(i) * ($
 $(K(i) ** alpha(i)) * (L(i) ** beta(i)) * (x("SPR", i) ** gamma(i)) * (x("S$
 $SE", i) ** theta(i)) * (x("STE", i) ** delta(i)))$);

Eq_De_Cap(i).. $p(i) * alpha(i) * xs(i) / K(i) = E = r$;
 Eq_De_Tra(i).. $p(i) * beta(i) * xs(i) / L(i) = E = w$;
 Eq_De_SPR(i).. $p(i) * gamma(i) * xs(i) / x("SPR", i) = E = p("SPR")$;
 Eq_De_SSE(i).. $p(i) * theta(i) * xs(i) / x("SSE", i) = E = p("SSE")$;
 Eq_De_STE(i).. $p(i) * delta(i) * xs(i) / x("STE", i) = E = p("STE")$;

*Hogares

Eq_De_HH(i).. $xhh(i) = E = (phi(i) * ((w * Ls + psihh * r * Ks) * (1 -$
 $tauhh)) * (1 - s)) / p(i)$;

*Gobierno

Eq_T_HH.. $Thh = E = (w * Ls + psihh * r * Ks) * tauhh$;
 Eq_T_F.. $Tf = E = psif * r * Ks * tauhf$;
 Eq_G.. $G = E = sum(i, p(i) * xg(i))$;
 Eq_Deficit.. $Dg = E = Thh + Tf + psig * r * Ks - G$;

```

*Firmas
Eq_Mf..          Mf=E=psif*r*Ks*(1-tauf);
Eq_Sh..         Shh=E=(w*Ls+psihh*r*Ks)*(1-tauhh)*s;
Eq_RIf..        RIf=E=Mf+Shh+Dg;
Eq_De_F(i)..    lambda(i)*RIf=E=p(i)*xf(i);
*Equilibrio General
Eq_Equi_bi(i).. xs(i)=E=sum(j,x(i,j))+xhh(i)+xg(i)+xf(i);
Eq_Equi_L..     Ls=E=sum(j,L(j));
Eq_Equi_K..     Ks=E=sum(j,K(j));
*Ficticia
Eq_Fict..       Fict=E=1;
*4) Definición del modelo
*Límites inferiores
xs.lo(i)=0.0001;
xhh.lo(i)=0.0001;
xf.lo(i)=0.0001;
K.lo(i)=0.0001;
L.lo(i)=0.0001;
x.lo(i,j)=0.0001;
p.lo(i)=0.0001;
w.lo=0.0001;
r.lo=0.0001;
Thh.lo=0.0001;
Tf.lo=0.0001;
G.lo=0.0001;
Mf.lo=0.0001;
Shh.lo=0.0001;
RIf.lo=0.0001;
*Valores Iniciales
xs.l(i)=MCS("TOT",i);
xhh.l(i)=MCS(i,"HH");
xf.l(i)=MCS(i,"FIR");
K.l(i)=MCS("CAP",i);
L.l(i)=MCS("TRA",i);
x.l(i,j)=MCS(i,"HH");
p.l(i)=1;
w.l=1;
r.l=1;
Thh.l=MCS("GOB","HH");
Tf.l=MCS("GOB","FIR");
G.l=sum(i,MCS(i,"GOB"));
Dg.l=MCS("GOB","FIR");
Mf.l=MCS("CAP","FIR")-MCS("FIR","GOB");
Shh.l=MCS("FIR","HH");
RIf.l=sum(i,MCS(i,"FIR"));
*numerario
p.fx("SPR")=1;
model MEGC_Cerrada /all/;
solve MEGC_Cerrada using NLP maximizing Fict;

```

```

*reconstruimos la MCS
parameter MCS_nueva(n,m)  MCS que captura el nuevo equilibrio
                    Ing_Gas(n)  Diferencia entre ingresos y gastos
MCS;
MCS_nueva(i,j)=p.l(i)*x.l(i,j);
MCS_nueva("TRA",i)=w.l*L.l(i);
MCS_nueva("CAP",i)=r.l*K.l(i);
MCS_nueva("HH","TRA")=sum(i,w.l*L.l(i));
MCS_nueva("HH","CAP")=psihh*sum(i,r.l*K.l(i));
MCS_nueva("GOB","CAP")=psig*sum(i,r.l*K.l(i));
MCS_nueva("FIR","CAP")=psif*sum(i,r.l*K.l(i));
MCS_nueva(i,"HH")=p.l(i)*xhh.l(i);
MCS_nueva(i,"GOB")=p.l(i)*xg(i);
MCS_nueva(i,"FIR")=p.l(i)*xf.l(i);
MCS_nueva("GOB","HH")=Thh.l;
MCS_nueva("FIR","HH")=Shh.l;
MCS_nueva("FIR","GOB")=Dg.l;
MCS_nueva("GOB","FIR")=Tf.l;
MCS_nueva("TOT",z)=sum(y,MCS_nueva(y,z));
MCS_nueva(m,"TOT")=sum(y,MCS_nueva(m,y));
Ing_Gas(n)=MCS_nueva(n,"TOT")-MCS_nueva("TOT",n);
option decimals=0;
display MCS_nueva, Ing_Gas;

```

Aspectos a tener en cuenta

Se definen los conjuntos $n, z(n), i(n)$. El primero agrupa todos los sectores institucionales de la MCS. El segundo contiene todas las cuentas menos el total; este permitirá hacer la suma de totales de filas y columnas y con estos crear un vector para revisar, tanto en el escenario base como en las simulaciones, la congruencia de ingresos y gastos. El último agrupa los tres sectores productivos que se manejan en el modelo de la sección 4.1 y que como se vio en 4.2 resultan de utilidad en la calibración. Todos los conjuntos tienen un nombre alterno, creado con el comando `alias` que se presentó en el capítulo 2.

La MCS que se importa tiene las mismas etiquetas de los conjuntos que se generan inicialmente en GAMS. Esta estructura se presentó en la tabla 4.1. Igualmente, la matriz incluye los totales, ya que estos facilitan la calibración como se vio en la sección 4.2 en la que se empleó el total de filas o columnas para la calibración.

En el momento de guardar la MCS en el formato CSV procuramos mantener tantas posiciones decimales como sea posible para que la calibración sea muy precisa. Igualmente, se debe recordar, al igual que en el capítulo anterior, que

en GAMS se utiliza “,” (coma) como un separador de miles y “.” (punto) de decimales, y que en Excel el CSV se separa con “;” (punto y coma) y no con “,” que es como lo acepta GAMS.

La calibración de la sección 4.2 se realiza en la segunda parte del código con la misma estructura de bloques manejada en el texto. Sin embargo, debido a que la MCS se importó con varias cifras decimales, los parámetros y variables exógenas encontrados tienen unos valores más precisos.

En la sección cuarta del código, en la que se define el modelo, se hace necesaria la incorporación de unos valores mínimos para todas las variables con el fin de evitar la evaluación de valores negativos o cero en algunas expresiones, lo cual detendría el algoritmo de solución de GAMS. Este valor mínimo se fija arbitrariamente en 0,0001, ya que de antemano sabemos que ningún valor de la MCS o de los precios que se normalizaron a la unidad está por debajo de aquel. Todas las variables endógenas, salvo el déficit del Gobierno, el cual por construcción es negativo, tienen esta restricción.

Por otro lado, debido al tamaño del modelo se asignan valores iniciales (*Initial Guess*) a todas las variables endógenas. A los precios de bienes y factores, debido a la normalización, se les da el valor de uno. Al resto de variables se les asignan los correspondientes valores de la MCS, cuyas definiciones se pueden detallar en la calibración de la sección 4.2.

Al igual que en el modelo del capítulo 2, se establece el precio del bien del sector primario como el numerario. Este toma un valor fijo de uno por medio de la instrucción: `p.fx("SPR")=1;`

Luego de correr el modelo los resultados son transformados en una MCS en un nuevo parámetro denominado `MCS_nueva(n,m)` con el fin de almacenar la nueva generación y distribución del ingreso. Igualmente, con esta MCS se verifica la consistencia entre ingresos y gastos que se debe mantener en las simulaciones. Se debe recordar que para llamar el valor de una variable luego del cómputo del equilibrio se emplea la terminación `.l` (la misma de la declaración del *Initial Guess*), por ejemplo en la expresión de los precios `p.l(i)`. los totales de la suma de cada fila y cada columna también se construyen para esta MCS.

Para verificar que efectivamente el resultado encontrado constituye un equilibrio de la economía, se construye un vector denominado `Ing_Gas(n)` que captura la diferencia para cada sector institucional entre los ingresos:

`mcs_nueva(n, "TOT")` y los gastos: `mcs_nueva("TOT", n)` de la MCS que fue construida.

Previo al comando `display` que invocamos para observar la `mcs_nueva(n, m)` y el vector `Ing_Gas(n)` damos la instrucción `option decimals=0;` para que no presente los usuales tres decimales de GAMS para estos parámetros, lo cual hace la presentación de la MCS más clara y equivalente a la tabla 4.1.

4.3.1 Resultados

La ventana de procesos de GAMS arroja el siguiente resultado, con lo que sabemos que se encontró una solución numérica factible del problema y se maximizó la variable ficticia que por construcción toma el valor de 1:

```
** Feasible solution. Value of objective =      1.000000000000
      Iter Phase Ninf      Objective      RGmax      NSB      Step InItr
MX OK      32   3          1.0000000000E+00 0.0E+00      0
** Optimal solution. There are no superbasic variables.
```

El archivo `.lst` con los resultados de las variables tiene la siguiente información:

```
---- VAR xs Oferta de cada firma
      LOWER      LEVEL      UPPER      MARGINAL
SPR 1.0000E-4 1.4777E+5      +INF      .
SSE 1.0000E-4 1.9930E+5      +INF      .
STE 1.0000E-4 4.8028E+5      +INF      .

---- VAR K Demanda de capital por sector
      LOWER      LEVEL      UPPER      MARGINAL
SPR 1.0000E-4 33960.206      +INF      .
SSE 1.0000E-4 40382.028      +INF      .
STE 1.0000E-4 89565.492      +INF      .

---- VAR L Demanda de trabajo por sector
      LOWER      LEVEL      UPPER      MARGINAL
SPR 1.0000E-4 43987.024      +INF      .
SSE 1.0000E-4 35910.541      +INF      .
STE 1.0000E-4 1.9799E+5      +INF      .
```

---- VAR x Demanda de bienes intermedios por sector

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
SPR.SPR	1.0000E-4	47293.005	+INF	.
SPR.SSE	1.0000E-4	23787.782	+INF	.
SPR.STE	1.0000E-4	14700.097	+INF	.
SSE.SPR	1.0000E-4	8504.042	+INF	.
SSE.SSE	1.0000E-4	56673.203	+INF	.
SSE.STE	1.0000E-4	50453.265	+INF	.
STE.SPR	1.0000E-4	14028.480	+INF	.
STE.SSE	1.0000E-4	42546.506	+INF	.
STE.STE	1.0000E-4	1.2756E+5	+INF	.

---- VAR p Precio de cada bien

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
SPR	1.000	1.000	1.000	EPS
SSE	1.0000E-4	1.000	+INF	.
STE	1.0000E-4	1.000	+INF	.

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
---- VAR w	1.0000E-4	1.000	+INF	.
---- VAR r	1.0000E-4	1.000	+INF	.
w	Salario			
r	Tasa de interés			

---- VAR xhh Demanda de bienes del Hogar

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
SPR	1.0000E-4	58535.250	+INF	.
SSE	1.0000E-4	52869.439	+INF	.
STE	1.0000E-4	1.5578E+5	+INF	.

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
---- VAR Thh	1.0000E-4	6997.355	+INF	.
---- VAR Tf	1.0000E-4	35117.080	+INF	.
---- VAR G	1.0000E-4	60537.699	+INF	.
---- VAR Dg	-INF	-1.106E+4	+INF	.
Thh	Impuestos del Hogar			
Tf	Impuestos de las Firmas			
G	Gasto total del Gobierno			
Dg	Endeudamiento del Gobierno			

---- VAR xf Demandas de Inversión de Firmas

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
SPR	1.0000E-4	3197.774	+INF	.
SSE	1.0000E-4	29634.453	+INF	.
STE	1.0000E-4	81241.165	+INF	.

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
---- VAR Mf	1.0000E-4	97204.693	+INF	.
---- VAR Shh	1.0000E-4	27928.699	+INF	.

```

---- VAR Rif          1.0000E-4 1.1407E+5      +INF      .
---- VAR Fict          -INF          1.000      +INF      .
Mf  Ingreso por Capital de Firmas después de impuestos
Shh Ahorro de Hogares
Rif  Recursos para Inversión de Firmas
Fict Variable ficticia a Maximizar

```

Es de destacar que en el equilibrio inicial tanto los precios de los factores como los de los bienes son iguales a la unidad. Los resultados de cantidades equivalen a los de la MCS. El vector de diferencia entre ingresos y gastos se presenta a continuación:

```

PARAMETER Ing_Gas  Diferencia entre ingresos y gastos MCS
SPR -4.11756E-5,    SSE 4.495968E-5,    STE -4.50911E-5,    CAP -
1.70000E-5
HH  2.434553E-5,    GOB 1.45519E-11,    FIR 3.396155E-5

```

Como se esperaba, la matriz encontrada es idéntica a la usada para la calibración. Asimismo, la diferencia de ingresos y gastos para cada sector institucional es prácticamente igual a cero, con lo que se garantiza el equilibrio. Los precios del sistema, que por construcción eran iguales a la unidad, se mantienen dada la fijación del numerario con el mismo valor.

4.4 Simulaciones

Con el modelo se genera un marco que permite determinar los efectos de un cambio de política o choque externo. Como habíamos visto en el capítulo 2, esta última consiste en el cambio de una o varias de las variables exógenas del modelo (principalmente variables de política) y el recómputo de todos los equilibrios. El cambio del escenario base con este nuevo equilibrio constituye los efectos que la política o los choques externos (analizados con el cambio de la(s) variable(s) exógena(s)) tienen sobre la economía analizada.

A continuación se analizan los efectos sobre la economía de: a) un incremento en las compras del Gobierno del 20 % y b) una rebaja de 5 puntos porcentuales en los impuestos directos a las Firmas.

4.4.1 Incremento en las compras del Gobierno

El código adicional en GAMS para llevar a cabo el incremento en las compras del Gobierno de 20 % en cada sector y que debe ser ubicado antes de la reconstrucción de la MCS es el siguiente:

```
xg(i)=xg(i)*1.20;
solve MEGC_Cerrada using NLP maximizing Fict;
```

Como se desprende del vector de diferencias entre ingresos y gastos y de la ventana de procesos de GAMS, se ha encontrado una solución factible del modelo. Los resultados almacenados en el archivo .lst vienen dados por:

```
---- VAR xs Oferta de cada firma
      LOWER      LEVEL      UPPER      MARGINAL
SPR 1.0000E-4 1.4694E+5      +INF      .
SSE 1.0000E-4 1.9565E+5      +INF      .
STE 1.0000E-4 4.8334E+5      +INF      .

---- VAR K Demanda de capital por sector
      LOWER      LEVEL      UPPER      MARGINAL
SPR 1.0000E-4 33838.847      +INF      .
SSE 1.0000E-4 39719.431      +INF      .
STE 1.0000E-4 90349.448      +INF      .

---- VAR L Demanda de trabajo por sector
      LOWER      LEVEL      UPPER      MARGINAL
SPR 1.0000E-4 43674.776      +INF      .
SSE 1.0000E-4 35196.356      +INF      .
STE 1.0000E-4 1.9902E+5      +INF      .

---- VAR x Demanda de bienes intermedios por sector
      LOWER      LEVEL      UPPER      MARGINAL
SPR.SPR 1.0000E-4 47027.803      +INF      .
SPR.SSE 1.0000E-4 23349.705      +INF      .
SPR.STE 1.0000E-4 14798.494      +INF      .
SSE.SPR 1.0000E-4 8457.275      +INF      .
SSE.SSE 1.0000E-4 55635.565      +INF      .
SSE.STE 1.0000E-4 50796.514      +INF      .
STE.SPR 1.0000E-4 13945.520      +INF      .
STE.SSE 1.0000E-4 41750.111      +INF      .
STE.STE 1.0000E-4 1.2838E+5      +INF      .

---- VAR p Precio de cada bien
      LOWER      LEVEL      UPPER      MARGINAL
SPR      1.000      1.000      1.000      EPS
SSE 1.0000E-4      1.000      +INF      .
STE 1.0000E-4      1.000      +INF      .
```


	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
---- VAR w	1.0000E-4	1.002	+INF	.
---- VAR r	1.0000E-4	0.998	+INF	.
w	Salario			
r	Tasa de interés			
---- VAR xhh Demanda de bienes del Hogar				
	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
SPR 1.0000E-4	58606.522		+INF	.
SSE 1.0000E-4	52939.579		+INF	.
STE 1.0000E-4	1.5592E+5		+INF	.
	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
---- VAR Thh	1.0000E-4	7005.875	+INF	.
---- VAR Tf	1.0000E-4	35045.393	+INF	.
---- VAR G	1.0000E-4	72666.926	+INF	.
---- VAR Dg	-INF	-2.327E+4	+INF	.
Thh	Impuestos del Hogar			
Tf	Impuestos de las Firmas			
G	Gasto total del Gobierno			
Dg	Endeudamiento del Gobierno			
---- VAR xf Demandas de Inversión de Firmas				
	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
SPR 1.0000E-4	2850.959		+INF	.
SSE 1.0000E-4	26423.321		+INF	.
STE 1.0000E-4	72407.847		+INF	.
	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
---- VAR Mf	1.0000E-4	97006.262	+INF	.
---- VAR Shh	1.0000E-4	27962.705	+INF	.
---- VAR RIf	1.0000E-4	1.0170E+5	+INF	.
---- VAR Fict	-INF	1.000	+INF	.
Mf	Ingreso por Capital de Firmas después de impuestos			
Shh	Ahorro de Hogares			
RIf	Recursos para Inversión de Firmas			
Fict	Variable ficticia a Maximizar			

Mientras que los precios de los bienes permanecen prácticamente inalterados, el crecimiento de las compras del Gobierno, que son principalmente en bienes del tercer sector, el cual es intensivo en trabajo, incrementa los salarios. Estos crecen levemente en detrimento de la remuneración al capital. El crecimiento en las cantidades que compra el Gobierno incrementa su déficit hasta 23.270 miles de millones de pesos. Por último, la reducción leve de la remuneración al capital reduce el pago de impuesto a la renta de las Firmas de manera mínima.

Las siguientes líneas de código permiten la creación de una MCS con las diferencias porcentuales de la matriz resultante frente a la matriz original. El código, igualmente, exporta los resultados a Excel por medio de GDX:

```
Parameter MCS_dif_por(n,m) Diferencias porcentuales de la MCS
con respecto al escenario base;
MCS_dif_por(n,m)$(MCS(n,m) NE 0) = MCS_nueva(n,m)/MCS(n,m) -1;
*Subimos la información de GAMS a GDX
execute_unload "EC_Cerrada.gdx" MCS_nueva MCS_dif_por
*Subimos la información del balanceo de GDX a Excel
execute 'gdxrw.exe EC_Cerrada.gdx o=EC_Cerrada.xlsx
par=MCS_nueva'
execute 'gdxrw.exe EC_Cerrada.gdx o=dif_Cerrada.xlsx
par=MCS_dif_por'
```

La MCS resultante de esta simulación y los cambios porcentuales mencionados se presentan en las tablas 4.2 y 4.3, respectivamente.

Tabla 4.2. MCS Economía colombiana cerrada, 2008, con incremento en las compras del Gobierno
(Precios corrientes, miles de millones)

	Primario	Secundario	Terciario	Salarios	Exc. bruto de explot.	Hogares	Gobierno	Firmas	TOTAL
Primario	47.028	23.350	14.798			58.607	311	2.851	146.944
Secundario	8.456	55.630	50.791			52.934	1.399	26.420	195.630
Terciario	13.950	41.763	128.418			155.972	70.958	72.430	483.491
Salarios	43.740	35.249	199.318						278.308
Exc. bruto de explot.	33.770	39.638	90.165						163.573
Hogares				278.308	24.173				302.481
Gobierno					7.348	7.006		35.045	49.400
Firmas					132.052	27.963	-23.267		136.747
TOTAL	146.944	195.630	483.491	278.308	163.573	302.481	49.400	136.747	1.756.573

Fuente: cálculos propios.

Tabla 4.3. MCS Economía colombiana cerrada, 2008, con incremento en las compras del Gobierno
(Cambios porcentuales)

	Primario	Secundario	Terciario	Salarios	Exc. bruto de explot.	Hogares	Gobierno	Firmas	TOTAL
Primario	-0,6%	-1,8%	0,7%			0,1%	20,0%	-10,8%	-0,6%
Secundario	-0,6%	-1,8%	0,7%			0,1%	20,0%	-10,8%	-1,8%
Terciario	-0,6%	-1,8%	0,7%			0,1%	20,0%	-10,8%	0,7%
Salarios	-0,6%	-1,8%	0,7%						0,2%
Exc. bruto de explot.	-0,6%	-1,8%	0,7%						-0,2%
Hogares				0,2%	-0,2%				0,1%
Gobierno					-0,2%	0,1%		-0,2%	-0,2%
Firmas					-0,2%	0,1%	110,4%		-8,3%
TOTAL	-0,6%	-1,8%	0,7%	0,2%	-0,2%	0,1%	-0,2%	-8,3%	-0,8%

Fuente: cálculos propios.

De estas dos tablas se desprende además que el crecimiento del déficit es de cerca del 110 %. Este, al reducir los recursos para invertir, reduce en cerca de 11 % el gasto de las Firms en cada sector.

4.4.2 Reducción del impuesto a la renta de las Firms

El código adicional para reducir en 5 puntos porcentuales el impuesto a la renta de las Firms viene dado por:

```
tauf=tauf-0.05;
solve MEGC_Cerrada using NLP maximizing Fict;
```

Los resultados de la simulación vienen dados por:

```
---- VAR xs Oferta de cada firma
      LOWER      LEVEL      UPPER      MARGINAL
SPR 1.0000E-4 1.4777E+5      +INF      .
SSE 1.0000E-4 1.9930E+5      +INF      .
STE 1.0000E-4 4.8028E+5      +INF      .

---- VAR K Demanda de capital por sector
      LOWER      LEVEL      UPPER      MARGINAL
SPR 1.0000E-4 33960.206      +INF      .
SSE 1.0000E-4 40382.028      +INF      .
STE 1.0000E-4 89565.492      +INF      .

---- VAR L Demanda de trabajo por sector
      LOWER      LEVEL      UPPER      MARGINAL
SPR 1.0000E-4 43987.024      +INF      .
SSE 1.0000E-4 35910.541      +INF      .
STE 1.0000E-4 1.9799E+5      +INF      .

---- VAR x Demanda de bienes intermedios por sector
      LOWER      LEVEL      UPPER      MARGINAL
SPR.SPR 1.0000E-4 47293.005      +INF      .
SPR.SSE 1.0000E-4 23787.782      +INF      .
SPR.STE 1.0000E-4 14700.097      +INF      .
SSE.SPR 1.0000E-4 8504.042      +INF      .
SSE.SSE 1.0000E-4 56673.203      +INF      .
SSE.STE 1.0000E-4 50453.265      +INF      .
STE.SPR 1.0000E-4 14028.480      +INF      .
STE.SSE 1.0000E-4 42546.506      +INF      .
STE.STE 1.0000E-4 1.2756E+5      +INF      .
```

```

---- VAR p Precio de cada bien
      LOWER      LEVEL      UPPER      MARGINAL
SPR      1.000      1.000      1.000      EPS
SSE 1.0000E-4      1.000      +INF      .
STE 1.0000E-4      1.000      +INF      .

      LOWER      LEVEL      UPPER      MARGINAL
---- VAR w      1.0000E-4      1.000      +INF      .
---- VAR r      1.0000E-4      1.000      +INF      .
  w Salario
  r Tasa de interés

---- VAR xhh Demanda de bienes del Hogar
      LOWER      LEVEL      UPPER      MARGINAL
SPR 1.0000E-4 58535.250      +INF      .
SSE 1.0000E-4 52869.439      +INF      .
STE 1.0000E-4 1.5578E+5      +INF      .

      LOWER      LEVEL      UPPER      MARGINAL
---- VAR Thh      1.0000E-4 6997.355      +INF      .
---- VAR Tf      1.0000E-4 28500.992      +INF      .
---- VAR G      1.0000E-4 60537.699      +INF      .
---- VAR Dg      -INF -1.768E+4      +INF      .
  Thh Impuestos del Hogar
  Tf Impuestos de las Firmas
  G Gasto total del Gobierno
  Dg Endeudamiento del Gobierno

---- VAR xf Demandas de Inversión de Firmas
      LOWER      LEVEL      UPPER      MARGINAL
SPR 1.0000E-4 3197.774      +INF      .
SSE 1.0000E-4 29634.453      +INF      .
STE 1.0000E-4 81241.165      +INF      .

      LOWER      LEVEL      UPPER      MARGINAL
---- VAR Mf      1.0000E-4 1.0382E+5      +INF      .
---- VAR Shh      1.0000E-4 27928.699      +INF      .
---- VAR RIf      1.0000E-4 1.1407E+5      +INF      .
---- VAR Fict      -INF 1.000      +INF      .
  Mf Ingreso por Capital de Firmas después de impuestos
  Shh Ahorro de Hogares
  RIf Recursos para Inversión de Firmas
  Fict Variable ficticia a Maximizar

```

De este archivo .lst se desprende que, salvo el déficit del Gobierno y el recaudo de impuesto a la renta que pagan las Firmas, nada más cambia. Es decir, la reducción en los ingresos del Gobierno, dado un nivel de gasto fijo, se financia enteramente a través de deuda. La MCS resultante de la simulación

y los cambios porcentuales de esta con respecto a la original se muestran en las tablas 4.4 y 4.5, respectivamente.

Tabla 4.4. MCS Economía colombiana cerrada, 2008, con incremento en las compras del Gobierno
(Precios corrientes, miles de millones)

	Primario	Secundario	Terciario	Salarios	Exc. bruto de explot.	Hogares	Gobierno	Firmas	TOTAL
Primario	47.293	23.788	14.700			58.535	259	3.198	147.773
Secundario	8.504	56.673	50.453			52.869	1.166	29.634	199.300
Terciario	14.028	42.547	127.564			155.782	59.113	81.241	480.276
Salarios	43.987	35.911	197.993						277.890
Exc. bruto de explot.	33.960	40.382	89.565						163.908
Hogares				277.890	24.223				302.113
Gobierno					7.363	6.997		28.501	42.862
Firmas					132.322	27.929	-17.676		142.574
TOTAL	147.773	199.300	480.276	277.890	163.908	302.113	42.862	142.574	1.756.696

Fuente: cálculos propios.

Tabla 4.5. MCS Economía colombiana cerrada, 2008, con incremento en las compras del Gobierno
(Cambios porcentuales)

	Primario	Secundario	Terciario	Salarios	Exc. bruto de explot.	Hogares	Gobierno	Firmas	TOTAL
Primario	0%	0%	0%			0%	0%	0%	0%
Secundario	0%	0%	0%			0%	0%	0%	0%
Terciario	0%	0%	0%			0%	0%	0%	0%
Salarios	0%	0%	0%						0%
Exc. bruto de explot.	0%	0%	0%						0%
Hogares				0%	0%				0%
Gobierno						0%		-19%	-13%
Firmas					0%	0%	60%		-4%
TOTAL	0%	0%	0%	0%	0%	0%	-13%	-4%	-1%

Fuente: cálculos propios.

Los cambios porcentuales de la MCS de la tabla 4.5 confirman lo encontrado en el archivo .lst. La faceta productiva de la economía no se ve alterada. Lo mismo sucede con las demandas de los sectores institucionales. Incluso el gasto de Inversión de Firmas se ve inalterado, ya que con los ingresos adicionales de la rebaja en impuestos las Firmas financian enteramente el nuevo déficit del Gobierno.

CAPÍTULO 5

CALIBRACIÓN DE UN MEGC MÁS ELABORADO PARA UNA ECONOMÍA ABIERTA

El modelo que se presenta a continuación³¹ describe una economía colombiana más detallada que la calibrada en el capítulo anterior. El objetivo es incorporar las decisiones del resto del mundo, las transferencias entre sectores institucionales, los impuestos a la producción y los aranceles, elementos que, dada su compleja modelación, se escapan del modelo sencillo. Se hace un énfasis especial en el empleo de funciones anidadas y la calibración de los mercados de factores productivos teniendo en cuenta que la MCS que se balanceó por Entropía Cruzada en la sección 3.5.2 tenía restricciones sobre el mercado laboral.

El capítulo se divide en cuatro secciones. En la primera se presenta el modelo teórico propuesto para la MCS de la economía colombiana abierta. Esta matriz con las etiquetas de la notación de conjuntos de GAMS se presenta en la tabla 5.1. En la segunda se muestra la calibración de los parámetros y las variables exógenas del modelo; se resalta el ajuste de los mercados de factores: capital y trabajo. En la tercera se expone el código en GAMS para calibrar y replicar el equilibrio inicial de la economía. En la última se hacen algunas simulaciones de política para determinar los efectos sobre el equilibrio.

5.1 El modelo

Preliminares Producción

La faceta productiva en este modelo emplea funciones de producción anidadas, esto es, partiendo desde los factores productivos y terminando en el bien de consumo existe una serie de procesos productivos en los que se combinan insumos para la producción de otro insumo que se incorpora en una etapa posterior del proceso productivo. El gráfico 5.1 muestra esta estructura cuya interpretación es la siguiente: en la primera parte el capital y el trabajo se emplean en una función de producción Cobb-Douglas para producir un insumo denominado Valor Agregado.

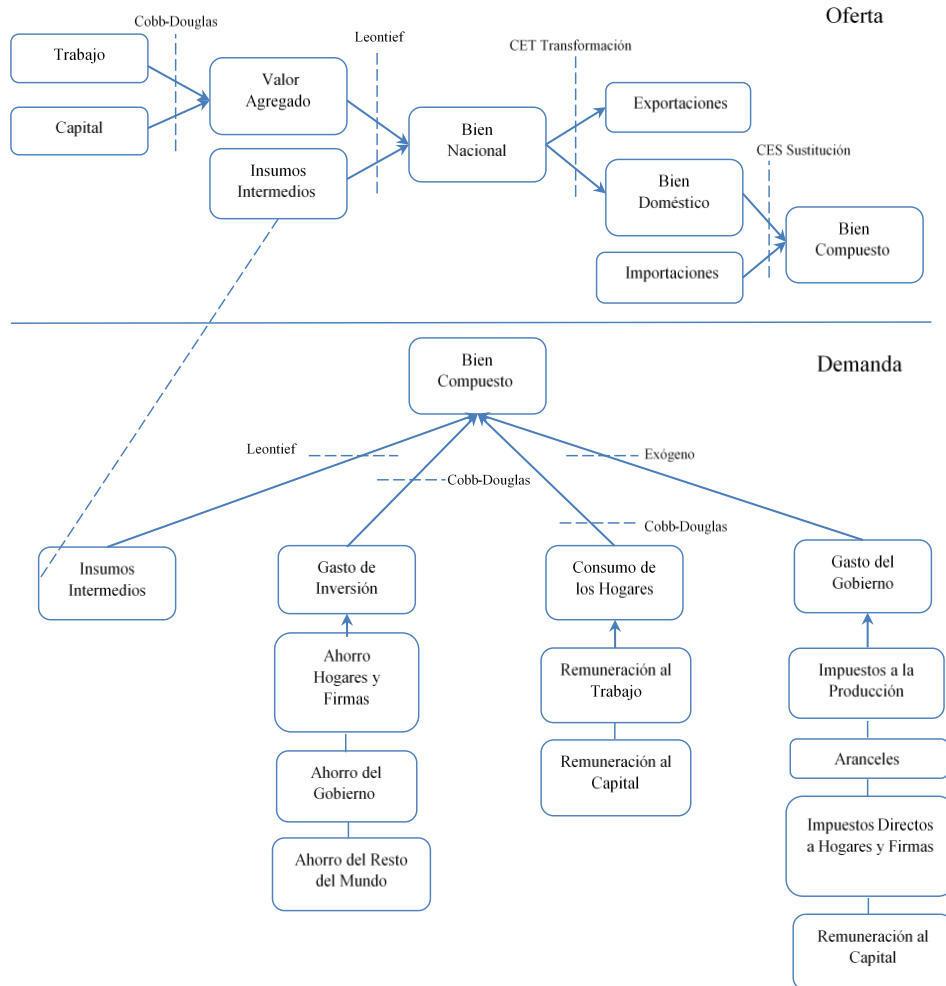
³¹ Basado ampliamente en HOSOE *et al.* (2010).

Tabla 5.1. Economía abierta balanceada por entropía cruzada, 2008
(Precios corrientes, miles de millones)

	SPR	SSE	STE	TRA	CAP	IMP	ARA	FIR	GOB	HH	ROW	IMD	RPT	INV	TOT
SPR	47.251	16.127	15.623						324	62.320	47.792			2.948	192.385
SSE	12.521	56.622	79.023						2.153	82.953	34.192			40.263	307.728
STE	31.758	70.593	61.006						69.659	155.917	6.893			70.410	466.176
TRA	48.517	33.224	168.735												250.476
CAP	36.570	28.981	110.397												177.948
IMP	3.974	21.972	21.453												47.398
ARA	223	3.988	4												4.215
FIR					147.513					12.011			69.675		229.198
GOB					6.245	47.398	4.215			24.008		29.373	72.783		184.023
HH					24.190			14.089	38.737				65.980		393.472
ROW	9.570	76.222	9.936	250.476									23.811		119.539
IMD										5.893					29.373
RPT										18.146	17.701				232.248
INV									6.814	32.224	13.021				113.622
TOT	192.385	307.728	466.176	250.476	177.948	47.398	4.215	229.198	184.023	393.472	119.539	29.373	232.249	113.622	2.747.804

Fuente: cuentas propias.

Gráfico 5.1. Ramificación de la producción y la demanda en la economía abierta



Fuente: elaboración propia.

El valor agregado se combina con el consumo intermedio mediante una función de producción mínimo o Leontief, lo que da como resultado un bien denominado nacional. Este Bien Nacional se puede destinar al mercado interno, en cuyo caso se denomina Bien Doméstico, o a ser exportado. Tal separación se hace por medio de una función de transformación del tipo CET (de estructura similar a la CES). En la última etapa el Bien Doméstico se combina con las importaciones para la producción de un bien denominado

compuesto, que representa la oferta disponible para ser empleada como consumo intermedio o como bien final.

Esta estructura se emplea para permitir, por un lado, la sustitución entre capital y trabajo y la complementariedad entre otros insumos y, por el otro, la sustitución entre bienes importados y nacionales al igual que entre exportaciones y consumo doméstico.

En el caso de estos últimos, es importante destacar que si alguna de las actividades productivas enfrenta oferta de bienes importados, para el consumidor resulta indiferente el bien nacional o el extranjero (sustitución perfecta) y solo se fijaría en sus precios relativos para decidir cuál de los dos consumir; por otro lado, el productor nacional podría exportar toda su producción si la relación de precios interno-externo fuese muy baja o vendería todo en el mercado doméstico si dicha relación fuese muy alta.

En la práctica se observa que las economías tienen importaciones y exportaciones del mismo bien, por lo que esta sustitución perfecta no es congruente con la realidad. Para superar esta dificultad se utiliza la teoría del Bien Compuesto Armington (Armington, 1969) que propone una firma imaginaria que realiza un proceso de producción en el que se sustituyen imperfectamente el Bien Doméstico y el Bien Importado para producir un Bien Compuesto que es el demandado finalmente por la economía. En el mismo sentido, una firma se encarga de decidir cuánto vender en el mercado doméstico y cuánto exportar de acuerdo con una función de transformación tipo CET.

Las distintas etapas del proceso productivo deben entenderse como distintos mercados; por ejemplo: una firma ofrece valor agregado para la actividad i y la firma del sector que emplea valor agregado e insumos intermedios demanda ese valor agregado. Igualmente, esta firma ofrece el denominado Bien Nacional, el cual es demandado por otra firma que lo transforma en exportaciones y bien doméstico. En ambas ocasiones surge un precio, tanto por el valor agregado del sector i como por el Bien Nacional y Doméstico.

Preliminares demanda

Los sectores institucionales: Sector Primario, Sector Secundario, Sector Terciario, Hogares, Gobierno e Inversión hacen demandas de este Bien Compuesto resultante de las funciones de producción anidadas. Por otro lado,

el resto del mundo demanda las exportaciones y ofrece las importaciones que aparecen en una etapa anterior al Bien Compuesto.

Las fuentes de ingreso que estos sectores institucionales tienen para hacer estas demandas se muestran en la parte inferior del gráfico 5.1. Por ejemplo, de este se desprende que el Gobierno tiene ingresos por concepto de su propiedad del capital, de impuestos a la producción y aranceles, e impuestos directos a Firmas y Hogares.

5.1.1 Producción

Valor agregado

En esta etapa del proceso productivo, una firma de cada sector emplea Capital (K_i) y Trabajo (L_i) en la producción de valor agregado de cada sector VA_i^S . Para ello cuenta con una tecnología de producción Cobb-Douglas sintetizada en la función

$$VA_i^S = A_i K_i^{\alpha_i} L_i^{\beta_i} \quad \forall i = 1,2,3 \quad (5.1)$$

con $1 = \alpha_i + \beta_i$

Donde las variables endógenas son VA_i^S (nivel de producción u oferta de valor agregado), K_i (demanda de capital), L_i (demanda de trabajo), mientras que A_i es el nivel de tecnología o PTF y α_i y β_i son las elasticidades de los factores al producto.

La función de beneficios de cada firma viene dada por la diferencia entre los ingresos provenientes de la producción de valor agregado y los costos de los factores productivos. Esta tiene la estructura:

$$\pi_i^{VA} = p_i^{VA} VA_i^S - rK_i - wL_i \quad (5.2)$$

El problema de cada firma vendría dado por:

$$\begin{aligned} \max_{VA_i^S, K_i, L_i \in \mathbb{R}_+} \quad & \pi_i^{VA} = p_i^{VA} VA_i^S - rK_i - wL_i \\ \text{s. a.} \quad & VA_i^S = A_i K_i^{\alpha_i} L_i^{\beta_i} \quad \forall i = 1,2,3 \end{aligned} \quad (5.3)$$

Del cual se desprenden dos condiciones de primer orden, que como se mostró en el capítulo 2 equivalen a las demandas de insumos y factores en el caso de

funciones de producción homogéneas de grado 1. Las mismas condiciones, en una versión más conveniente, se presentan en las ecuaciones 5.4 a continuación:

$$\begin{aligned} p_i^{VA} \alpha_i \frac{VA_i^s}{K_i} &= r \\ p_i^{VA} \beta_i \frac{VA_i^s}{L_i} &= w \\ \forall i &= 1,2,3 \end{aligned} \quad (5.4)$$

Por lo cual las ecuaciones 5.1 y 5.4 representan la oferta de valor agregado y las demandas de factores por sector.

Bien nacional

En esta etapa una firma por sector posee una tecnología de producción mínimo o Leontief (insumos complementarios). Esta emplea valor agregado específico del sector y bienes intermedios para la producción de un bien denominado nacional, específico del sector. La función de producción tiene la siguiente estructura:

$$\begin{aligned} Z_i^s &= \min \left(\frac{VA_i^d}{ay_i}, \frac{x_{1,i}}{ax_{1,i}}, \frac{x_{2,i}}{ax_{2,i}}, \frac{x_{3,i}}{ax_{3,i}} \right) \quad \forall i = 1,2,3 \\ \text{con } 1 &= ay_i + ax_{1,i} + ax_{2,i} + ax_{3,i} \end{aligned} \quad (5.5)$$

Donde $x_{1,i}$ es la demanda de bienes del sector i al sector primario, $x_{2,i}$ es la demanda de bienes del sector i al sector secundario y $x_{3,i}$ es la demanda de bienes del sector i al sector terciario. El objetivo de cada firma es maximizar el beneficio sujeto a su tecnología de producción:

$$\begin{aligned} \max_{Z_i^s, VA_i^s, x_{j,i} \in \mathbb{R}_+} \pi_i^Z &= p_i^Z Z_i^s - p_i^{VA} VA_i^d - \sum_{j=1}^3 p_j^q x_{j,i} \\ Z_i^s &= \min \left(\frac{VA_i^d}{ay_i}, \frac{x_{1,i}}{ax_{1,i}}, \frac{x_{2,i}}{ax_{2,i}}, \frac{x_{3,i}}{ax_{3,i}} \right) \quad \forall i = 1,2,3 \end{aligned} \quad (5.6)$$

Donde p_j^q es el precio del Bien Compuesto, el cual se presentará a más profundidad brevemente. Como se recordará de los cursos de microeconomía, el óptimo en esta función no diferenciable se da siempre que cada componente

dentro del mínimo se iguale a los demás componentes y por ende la producción del Bien Nacional.

$$Z_i^s = \frac{VA_i^d}{ay_i} \rightarrow VA_i^d = ay_i Z_i^s \quad \forall i = 1,2,3 \quad (5.7)$$

$$Z_i^s = \frac{x_{j,i}}{ax_{j,i}} \rightarrow x_{j,i} = ax_{j,i} Z_i^s \quad \forall i, j = 1,2,3$$

Ahora bien, para el algoritmo de solución de GAMS no resulta acertado dejar la función de producción como habíamos hecho anteriormente debido a la forma de la función mínimo. Sin embargo, como lo proponen Hosoe *et al.* (2010), esta puede ser remplazada por la función de beneficios máximos de cada firma. Remplazando las condiciones de optimalidad del problema (ecuaciones 5.7) en la función de beneficio (ecuación 5.6) tendríamos:

$$\pi_i^z = p_i^z Z_i^s - p_i^{VA} ay_i Z_i^s - \sum_{j=1}^3 p_j^q ax_{j,i} Z_i^s$$

Dado que el beneficio de la firma es nulo dados los rendimientos constantes a escala, simplificando Z_i^s y reorganizando tendríamos:

$$p_i^z = p_i^{VA} ay_i + \sum_{j=1}^3 p_j^q ax_{j,i} \quad (5.8)$$

Por tanto las ecuaciones 5.7 y 5.8 permiten determinar las condiciones de demanda de Valor Agregado y Consumo Intermedio al igual que la oferta del Bien Nacional.

Exportaciones

En esta etapa, una firma de cada sector demanda el Bien Nacional (Z_i^d) el cual convierte ya sea en Bien Doméstico (D_i^s) o en Bien Exportado (E_i)³². Para ello cuenta con una tecnología de transformación del tipo CET (Constant Elasticity of Transformation) y tiene en cuenta los precios relativos del Bien Doméstico i y aquel que fija el resto del mundo (expresado en pesos) para el

³² A pesar de que esta es la oferta exportable, la formulación no emplea superíndice “s” (oferta) debido a que se asume que el resto del mundo demanda todo lo que la economía colombiana esté dispuesta a ofrecer al precio mundial. Por ello, tampoco hay una ecuación de vaciamiento del mercado para las exportaciones.

bien i . La función CET evita que exista sustitución perfecta entre estos dos tipos de bienes, es decir que se convierta toda la oferta en exportaciones o en bienes de consumo interno. Con esto, se concilia la contabilidad nacional, en la que los bienes nacionales y exportados son homogéneos y el modelo teórico. La tecnología CET tiene la siguiente formulación:

$$Z_i^d = \theta_i [\xi d_i (D_i^s)^{\mu_i} + \xi e_i (E_i)^{\mu_i}]^{\frac{1}{\mu_i}} \quad \forall i = 1, 2, 3 \quad (5.9)$$

Con $\mu_i = \frac{\kappa_i + 1}{\kappa_i}$ y $\xi d_i + \xi e_i = 1$

Donde κ_i es la elasticidad de transformación entre el Bien Doméstico y el Exportado, μ_i el parámetro que captura esa elasticidad en la función de transformación y ξd_i y ξe_i la importancia del Bien Doméstico y del Exportado, respectivamente.

La firma maximiza el beneficio resultante de la venta del Bien Doméstico y el Exportado en cuya producción solo emplea como insumo el Bien Nacional. Al comprar este último debe pagar un impuesto sobre la producción a una tasa τ_i^z :

$$\pi_i^E = p_i^e E_i + p_i^d D_i^s - (1 + \tau_i^z) p_i^z Z_i^d \quad (5.10)$$

El problema de la firma consiste en escoger Z_i^d , E_i y D_i^s :

$$\begin{aligned} \max_{E_i, D_i^s, Z_i^d \in \mathbb{R}_+} \quad & \pi_i^E = p_i^e E_i + p_i^d D_i^s - (1 + \tau_i^z) p_i^z Z_i^d \\ \text{s. a.} \quad & Z_i^d = \theta_i [\xi d_i (D_i^s)^{\mu_i} + \xi e_i (E_i)^{\mu_i}]^{\frac{1}{\mu_i}} \\ & p_i^e = \varepsilon p_i^w \quad \forall i = 1, 2, 3 \end{aligned} \quad (5.11)$$

Donde la última línea es simplemente la transformación del precio en moneda extranjera al precio en pesos empleando el tipo de cambio ε . En el modelo propuesto este precio ε es endógeno.

De la solución del problema de optimización se desprenden las siguientes condiciones que equivalen a las ofertas del Bien Doméstico y Exportado³³:

$$D_i^s = \left[\frac{\theta_i^{\mu_i} \xi d_i (1 + \tau_i^z) p_i^z}{p_i^d} \right]^{\frac{1}{1 - \mu_i}} Z_i^d \quad \forall i = 1, 2, 3 \quad (5.12)$$

³³ Ver anexo al capítulo para más detalles.

$$E_i = \left[\frac{\theta_i^{\mu_i} \xi e_i (1 + \tau_i^z) p_i^z}{p_i^e} \right]^{\frac{1}{1-\mu_i}} Z_i^d \quad \forall i = 1,2,3$$

$$p_i^e = \varepsilon p e_i^w \quad \forall i = 1,2,3$$

Estas, sumadas a la función de transformación de la ecuación 5.9 que permite encontrar la demanda del Bien Nacional completarán el bloque exportaciones.

Importaciones

En esta etapa una firma por sector emplea el Bien Doméstico (D_i^d) y las Importaciones (M_i) y las transforma en un bien denominado Compuesto (Q_i) que constituye la oferta final para consumo interno de la economía. Cada firma tiene una tecnología de producción CES y tiene en cuenta los precios del Bien Doméstico i al igual que aquel que fija el resto del mundo (expresado en pesos) para el bien i . La función CES evita que exista sustitución perfecta entre bienes importados y domésticos, es decir, toda la oferta nacional sea de bienes extranjeros o de bienes internos. La tecnología de producción CES tiene la siguiente formulación:

$$Q_i = \gamma_i \left[\delta d_i (D_i^d)^{\eta_i} + \delta m_i (M_i)^{\eta_i} \right]^{\frac{1}{\eta_i}} \quad \forall i = 1,2,3$$

$$\text{Con } \eta_i = \frac{\sigma_i - 1}{\sigma_i} \text{ y } \delta d_i + \delta m_i = 1 \quad (5.13)$$

Donde σ_i es la elasticidad de sustitución entre el Bien Importado y el Doméstico, η_i el parámetro que captura esa elasticidad en la función de producción del Bien Compuesto y δd_i y δm_i la importancia de los bienes Doméstico e Importado respectivamente.

La firma maximiza el beneficio resultante de la producción del Bien Compuesto para la cual emplea el Bien Importado y el Doméstico. Por la compra de cada Bien Importado debe pagar un arancel a una tasa τ_i^m :

$$\pi_i^M = p_i^q Q_i - (1 + \tau_i^m) p_i^m M_i - p_i^d D_i^d \quad (5.14)$$

El problema de la firma consiste en escoger Q_i , M_i y D_i^d :

$$\max_{M_i, D_i^d, Q_i \in \mathbb{R}_+} \pi_i^M = p_i^q Q_i - (1 + \tau_i^m) p_i^m M_i - p_i^d D_i^d \quad (5.15)$$

$$\text{s. a. } Q_i = \gamma_i \left[\delta d_i (D_i^d)^{\eta_i} + \delta m_i (M_i)^{\eta_i} \right]^{1/\eta_i}$$

$$p_i^m = \varepsilon p_i^w \quad \forall i = 1, 2, 3$$

Donde la última línea, al igual que en el bloque exportaciones, es la transformación del precio del Bien Importado en moneda extranjera al precio en pesos empleando el tipo de cambio ε . De la solución del problema de optimización se desprenden las siguientes condiciones que equivalen a las demandas del Bien Doméstico e importado:

$$M_i = \left[\frac{\gamma_i^{\eta_i} \delta m_i p_i^q}{(1 + \tau_i^m) p_i^m} \right]^{\frac{1}{1-\eta_i}} Q_i \quad \forall i = 1, 2, 3$$

$$D_i^d = \left[\frac{\gamma_i^{\eta_i} \delta d_i p_i^q}{p_i^d} \right]^{\frac{1}{1-\eta_i}} Q_i \quad \forall i = 1, 2, 3 \quad (5.16)$$

$$p_i^m = \varepsilon p_i^w \quad \forall i = 1, 2, 3$$

Estas, sumadas a la función de producción CES de la ecuación 5.13 que permite encontrar la oferta del Bien Compuesto, completarían el bloque importaciones y la estructura productiva de la economía.

5.1.2 Hogares

Al igual que en el modelo del capítulo anterior, los Hogares perciben ingresos de su propiedad del capital y de la remuneración al trabajo. Sin embargo, adicionalmente reciben ingresos por Rentas a la Propiedad y otras Transferencias (RPTR³⁴), así como prestaciones de Firms y Gobierno³⁵. Por el lado de los gastos, además de los impuestos, el ahorro y el consumo del modelo anterior, ahora hace pagos por RPTR y unos pagos denominados contribuciones sociales a Firms y Gobierno³⁶. Es necesario resaltar que, por simplicidad, estos ingresos y gastos adicionales son considerados como exógenos en el modelo.

³⁴ RPTR en vez de RPT para diferenciar este parámetro de la dimensión que se había creado.

³⁵ Mesadas pensionales, subsidios, entre otros.

³⁶ Transferencias por concepto de salud y pensiones, entre otros.

Mantenemos el supuesto de una oferta de factores fija (K^S y L^S) en la que la participación en la propiedad del capital que corresponde al hogar equivale a $\psi_{hh} \in [0,1]$.

Las mencionadas transferencias³⁷ se incorporan directamente como parámetros. Los ingresos por RPTR se denominan $RPTR_{HH}^{IN}$ mientras que los pagos por RPTR se denominan $RPTR_{HH}^{OUT}$. Por otro lado los ingresos por prestaciones sociales se denotan como $Prest^{deFir}$ y $Prest^{deGob}$ mientras que las contribuciones $Cont^{aFir}$ y $Cont^{aGob}$. De esta forma el ingreso de los Hogares antes de impuestos vendría dado por:

$$\begin{aligned} Ing_{hh} = wL^S + \psi_{hh}rK^S + RPTR_{HH}^{IN} - RPTR_{HH}^{OUT} + \\ Prest^{deFir} + Prest^{deGob} - Cont^{aFir} - Cont^{aGob} \end{aligned} \quad (5.17)$$

El hogar paga impuestos directos sobre todo su ingreso a una tasa $\tau_{hh} \in [0,1]$ y ahorra una fracción $s \in [0,1]$ del ingreso después de impuestos. El ingreso disponible después de impuestos y de ahorro lo destina a demandar bienes compuestos de los tres sectores. Asumiendo la función de utilidad del capítulo anterior las demandas marshallianas del hogar vendrían dadas por:

$$\begin{aligned} x_i^{hh} = \frac{\phi_i [Ing_{hh}(1 - \tau_{hh})](1 - s)}{p_i^q} \\ \forall i = 1,2,3 \end{aligned} \quad (5.18)$$

El ahorro de Hogares S^{hh} es una fracción del ingreso disponible de después de pagar impuestos:

$$S^{hh} = [Ing_{hh}(1 - \tau_{hh})]s \quad (5.19)$$

Estas cinco ecuaciones, tres de consumo, una que define el ingreso y otra que define el ahorro, representan las elecciones de los Hogares en el sistema de ecuaciones de la economía abierta.

³⁷ En GAMS creamos un subconjunto denominado t que agrupa FIR, GOB, HH, ROW para crear un parámetro con las RPTR sobre estas dimensiones y facilitar su manejo.

5.1.3 Gobierno

En el modelo de la economía colombiana abierta el Gobierno tiene ingresos por concepto de impuestos a la renta de Firms T^f y Hogares T^{hh} . Impuestos a la producción³⁸ T^{pro} y aranceles T^M . Igualmente, tiene ingresos por su participación en la propiedad del capital con un porcentaje $\psi_g \in [0,1]$ del total.

El Gobierno hace y recibe $RPTR$, $RPTR_G^{IN}$ y $RPTR_G^{OUT}$ e, igualmente, recibe las contribuciones sociales de Hogares $Cont^{aGob}$ y hace pagos por prestaciones sociales a Hogares $Prest^{deGob}$.

En este caso, como el Gobierno destina parte de sus recursos a Gastos de Inversión no hay un déficit, como aquel que habíamos ubicado de manera arbitraria en el modelo anterior. Suponemos igualmente, que el plan de gastos en bienes de consumo del Gobierno es exógeno.

Los ingresos por impuestos a Hogares (T^{hh}) y Firms (T^f) vendrían dados por:

$$T^{hh} = (Ing_{hh})\tau_{hh} \quad (5.20)$$

$$T^f = (\psi_f r K^S)\tau_f \quad (5.21)$$

Los ingresos por impuestos a la producción y aranceles vienen dados por la sumatoria de los valores que hace cada sector.

$$T^{pro} = \sum_{i=1}^3 \tau_i^z p_i^z Z_i^d \quad (5.22)$$

$$T^M = \sum_{i=1}^3 \tau_i^m p_i^m M_i \quad (5.23)$$

Los ingresos por propiedad del capital vendrían dados por:

$$\psi_g r K^S$$

Con lo cual los ingresos del Gobierno (Ing_g) agregando las mencionadas fuentes vendrían dados por:

³⁸ Como se vio en la construcción de la MCS, estos incluyen los impuestos a la producción y los productos.

$$\text{Ing}_g = T^{\text{hh}} + T^{\text{f}} + T^{\text{pro}} + T^{\text{M}} + \psi_g r K^{\text{S}} + \text{RPTR}_G^{\text{IN}} - \text{RPTR}_G^{\text{OUT}} - \text{Prest}^{\text{deGob}} + \text{Cont}^{\text{aGob}} \quad (5.24)$$

Mientras que el gasto del Gobierno (G) vendría dado por:

$$G = \sum_{i=1}^3 p_i^q x_i^g = p_1^q x_1^g + p_2^q x_2^g + p_3^q x_3^g \quad (5.25)$$

Por lo que los recursos con que el Gobierno dispone para inversiones vendrían dados por:

$$\text{RI}^g = \text{Ing}_g - G \quad (5.26)$$

5.1.4 Firmas

Las Firmas perciben ingresos únicamente de su propiedad del capital $\psi_f \in [0,1]$. Es decir, reciben $\psi_f r K^{\text{S}}$, pagan impuestos sobre sus ingresos por el capital, hacen y reciben RPTR , $\text{RPTR}_F^{\text{IN}}$ y $\text{RPTR}_F^{\text{OUT}}$, reciben contribuciones sociales de Hogares $\text{Cont}^{\text{aFir}}$ y hacen pagos por prestaciones sociales a Hogares $\text{Prest}^{\text{deFir}}$.

Su ingreso disponible lo envían al sector institucional Inversión, para la compra de bienes de capital de las tres ramas de actividad económica. El ingreso por capital después de pagar impuestos (K^{f}) vendría dado por:

$$K^{\text{f}} = \psi_f r K^{\text{S}} (1 - \tau_f) \quad (5.27)$$

El ingreso disponible de las Firmas para la compra de bienes de capital (RI^{f}) viene dado por:

$$\text{RI}^{\text{f}} = K^{\text{f}} + \text{RPTR}_F^{\text{IN}} - \text{RPTR}_F^{\text{OUT}} + \text{Cont}^{\text{aFir}} - \text{Prest}^{\text{deFir}} \quad (5.28)$$

5.1.5 Resto del Mundo

El Resto del Mundo (ROW) recibe ingresos por la venta de sus productos en territorio nacional (importaciones) y hace pagos por los bienes nacionales que consume (exportaciones). Adicionalmente hace y recibe pagos por RPTR , $\text{RPTR}_{\text{ROW}}^{\text{OUT}}$ y $\text{RPTR}_{\text{ROW}}^{\text{IN}}$ la diferencia entre ingresos y gastos del ROW es el ahorro del ROW en territorio nacional, S^{ROW} , el cual se asume exógeno en el modelo.

En ese sentido la ecuación que resume el equilibrio entre ingreso y gastos del ROW, es decir la balanza de pagos en moneda local, tiene la forma:

$$\sum_{i=1}^3 p_i^e E_i + S^{\text{ROW}} + \text{RPTR}_{\text{ROW}}^{\text{OUT}} = \sum_{i=1}^3 p_i^m M_i + \text{RPTR}_{\text{ROW}}^{\text{IN}} \quad (5.29)$$

Cierre del sector externo

En la economía abierta, además del cierre de Ahorro e Inversión, tenemos la posibilidad de elegir el cierre del sector externo. Para ello tenemos dos alternativas:

La primera consiste en asumir el tipo de cambio (ε) como exógeno mientras que el ahorro del ROW (S^{ROW}) es endógeno. La otra opción, la cual seguimos aquí, implica establecer S^{ROW} como fijo y ε variable. De nuevo, las peculiaridades de la economía, al igual que el propósito del modelo deben guiar el juicio del investigador al momento de determinar la elección de un cierre del sector externo u otro.

5.1.6 Inversión

Los recursos ahorrados por Hogares (S^{hh}), Firms (RI^{f}), Gobierno (RI^{g}) y ROW (S^{ROW}) se dedican a la compra de bienes de Inversión. Al igual que en el capítulo anterior el cierre es guiado por el ahorro, por lo que la propensión marginal a ahorrar, $s \in [0,1]$, es exógena. Igualmente, la demanda de bienes de Inversión a cada uno de los tres sectores productivos, Inv_i , se hace siguiendo un porcentaje fijo de gasto $\lambda_i \in [0,1]$ en cada uno, donde se satisface $\sum_{i=1}^3 \lambda_i = 1$.

$$\lambda_i (S^{\text{hh}} + \text{RI}^{\text{g}} + \text{RI}^{\text{f}} + S^{\text{ROW}}) = p_i^q \text{Inv}_i \quad (5.30)$$

$$\forall i = 1,2,3$$

5.1.7 Equilibrio general

A las ecuaciones de comportamiento e ingresos de los sectores institucionales se agregan las que permiten el equilibrio entre los distintos mercados. Estas

condiciones de vaciamiento se presentan en las últimas líneas del sistema de 80 ecuaciones presentado en 5.31, el cual resume el modelo.

$$\begin{aligned}
VA_i^s &= A_i K_i^{\alpha_i} L_i^{\beta_i} \\
p_i^{VA} \alpha_i \frac{VA_i^s}{K_i} &= r \\
p_i^{VA} \beta_i \frac{VA_i^s}{L_i} &= w \\
VA_i^d &= ay_i Z_i^s \\
x_{j,i} &= ax_{j,i} Z_i^s \quad \forall j = 1, 2, 3 \\
p_i^z &= p_i^{VA} ay_i + \sum_{j=1}^3 p_j^q ax_{j,i} \\
Z_i^d &= \theta_i [\xi d_i (D_i^s)^{\mu_i} + \xi e_i (E_i)^{\mu_i}]^{\frac{1}{\mu_i}} \\
D_i^s &= \left[\frac{\theta_i^{\mu_i} \xi d_i (1 + \tau_i^z) p_i^z}{p_i^d} \right]^{\frac{1}{1-\mu_i}} Z_i^d \\
E_i &= \left[\frac{\theta_i^{\mu_i} \xi e_i (1 + \tau_i^z) p_i^z}{p_i^e} \right]^{\frac{1}{1-\mu_i}} Z_i^d \\
p_i^e &= \varepsilon p_i^w \\
Q_i &= \gamma_i [\delta d_i (D_i^d)^{\eta_i} + \delta m_i (M_i)^{\eta_i}]^{\frac{1}{\eta_i}} \\
M_i &= \left[\frac{\gamma_i^{\eta_i} \delta m_i p_i^q}{(1 + \tau_i^m) p_i^m} \right]^{\frac{1}{1-\eta_i}} Q_i \\
D_i^d &= \left[\frac{\gamma_i^{\eta_i} \delta d_i p_i^q}{p_i^d} \right]^{\frac{1}{1-\eta_i}} Q_i \\
p_i^m &= \varepsilon p_i^w \\
\text{Ing}_{hh} &= wL^S + \psi_{hh} r K^S + \text{RPTR}_{HH}^{\text{IN}} - \text{RPTR}_{HH}^{\text{OUT}} + \text{Prest}^{\text{deFir}} + \text{Prest}^{\text{deGob}} \\
&\quad - \text{Cont}^{\text{aFir}} - \text{Cont}^{\text{aGob}} \\
x_i^{\text{hh}} &= \frac{\phi_i [\text{Ing}_{hh} (1 - \tau_{hh})] (1 - s)}{p_i^q} \\
S^{\text{hh}} &= [\text{Ing}_{hh} (1 - \tau_{hh})] s
\end{aligned} \tag{5.31}$$

$$\begin{aligned}
T^{hh} &= (\text{Ing}_{hh})\tau_{hh} \\
T^f &= (\psi_{fr}K^S)\tau_f \\
T^{\text{pro}} &= \sum_{i=1}^3 \tau_i^z p_i^z Z_i^d \\
T^M &= \sum_{i=1}^3 \tau_i^m p_i^m M_i \\
G &= \sum_{i=1}^3 p_i^q x_i^g \\
\text{Ing}_g &= T^{hh} + T^f + T^{\text{pro}} + \text{Ara} + \psi_{gr}K^S + \text{RPTR}_G^{\text{IN}} - \text{RPTR}_G^{\text{OUT}} \\
&\quad - \text{Prest}^{\text{deGob}} + \text{Cont}^{\text{aGob}} \\
\text{RI}^g &= \text{Ing}_g - G \\
K^f &= \psi_{fr}K^S(1 - \tau_f) \\
\text{RI}^f &= K^f + \text{RPTR}_F^{\text{IN}} - \text{RPTR}_F^{\text{OUT}} + \text{Cont}^{\text{aFir}} - \text{Prest}^{\text{deFir}} \\
\sum_{i=1}^3 p_i^e E_i + S^{\text{ROW}} + \text{RPTR}_{\text{ROW}}^{\text{OUT}} &= \sum_{i=1}^3 p_i^m M_i + \text{RPTR}_{\text{ROW}}^{\text{IN}} \\
\lambda_i(S^{hh} + \text{RI}^g + \text{RI}^f + S^{\text{ROW}}) &= p_i^q \text{Inv}_i \\
Q_i &= \sum_{j=1}^3 x_{i,j} + x_i^{hh} + x_i^g + \text{Inv}_i \\
L^S &= \sum_{i=1}^3 L_i \\
K^S &= \sum_{i=1}^3 K_i \\
\text{VA}_i^d &= \text{VA}_i^s \\
Z_i^d &= Z_i^s \\
D_i^d &= D_i^s \\
\forall i &= 1,2,3
\end{aligned}$$

El conjunto de parámetros y variables exógenas que procederemos a calibrar en la siguiente sección se presentan en 5.32 y 5.33, respectivamente. Recordemos que la distinción es arbitraria y se basa en la idea de que solo las variables exógenas resultan de interés para hacer simulaciones.

$$\alpha_i, \beta_i, \alpha y_i, \alpha x_{j,i}, \theta_i, \xi d_i, \xi e_i, \kappa_i, \mu_i, \eta_i, \gamma_i, \sigma_i, \delta d_i, \delta m_i, \phi_i, \psi_{hh}, s$$

$$RPTR_t^{IN}, RPTR_t^{OUT}, Prest^{deFir}, Prest^{deGob}, Cont^{aFir}, Cont^{aGob}, \quad (5.32)$$

$$\psi_g, \psi_f, \lambda_i$$

$$\forall i = 1,2,3 \text{ y } \forall t = FIR, GOB, HH, ROW$$

$$A_i, \tau_i^z, pe_i^w, pm_i^w, \tau_i^m, \tau_{hh}, x_i^g, \tau_f, S^{ROW} \quad (5.33)$$

$$\forall i = 1,2,3$$

Las 80 variables endógenas serían:

$$VA_i^s, K_i, L_i, r, w, p_i^{VA}, VA_i^d, Z_i^s, x_{j,i}, p_i^z, p_i^q, Z_i^d, D_i^s, E_i, \varepsilon, p_i^e, p_i^d, Q_i, M_i, D_i$$

$$p_i^m, p_i^d, Ing_{hh}, x_i^{hh}, S^{hh}, T^{hh}, T^f, T^{pro}, T^M, G, Ing_g, RI^g, K^f, RI^f, Inv_i \quad (5.34)$$

$$\forall i = 1,2,3$$

5.2 Calibración

5.2.1 Producción

Valor agregado

A partir de las condiciones de primer orden del problema de la firma que produce valor agregado podemos encontrar los valores de los exponentes de la función de producción Cobb-Douglas. Para ello creamos algunos parámetros adicionales con información de la MCS en esta y en las siguientes secciones. En estos, la terminación en cero (por ejemplo $VA0_i$) indica que el parámetro es el valor inicial extraído de la MCS y así se diferencia de la variable que entrará al modelo.

Definimos el valor agregado como la suma de los pagos a trabajadores y dueños del capital por sector. Luego, nos valemos de las condiciones de primer orden para encontrar el exponente de la función de producción de valor agregado, que no es otro que las participaciones del pago a cada factor dentro del valor agregado.

El valor del parámetro de la PTF puede ser hallado por medio de la función de producción. Para ello recordemos que en este modelo (a diferencia de aquel del capítulo anterior) queremos separar precios de cantidades para los dos factores productivos y, en ese propósito, calibramos la MCS de tal forma que la matriz de ocupación creada con información de la GEIH del Dane se satisface y existe un salario idéntico por sector.

$$\begin{aligned}
 VA0_i &= MCS_{CAP,i} + MCS_{TRA,i} \\
 \alpha_i &= \frac{rK_i}{p_i^{VA}VA_i^S} = \frac{MCS_{CAP,i}}{VA0_i} \\
 \beta_i &= \frac{wL_i}{p_i^{VA}VA_i^S} = \frac{MCS_{TRA,i}}{VA0_i} \\
 \forall i &= 1,2,3
 \end{aligned}
 \tag{5.35}$$

Parámetro	Sector Primario	Sector Secundario	Sector Terciario
α_i	$\frac{38.570}{87.087} = 0,44$	$\frac{28.981}{62.205} = 0,47$	$\frac{110.397}{279.131} = 0,40$
β_i	$\frac{48.517}{87.087} = 0,56$	$\frac{33.224}{62.205} = 0,53$	$\frac{168.735}{279.131} = 0,60$

Recuperamos de la MCS la matriz de ocupados y el salario de equilibrio. Igualmente, asumimos arbitrariamente (y con propósitos meramente académicos) una tasa de interés del 12 % por lo que la división de los pagos al capital en la MCS entre esta tasa permiten recuperar la información sobre *stocks* de capital por sector. El nivel de ocupación y el *stock* de capital por sector son almacenados en unos parámetros $L0_i$ y $K0_i$. Con ellos, las PTF vendrían dadas por:

$$A_i = \frac{VA_i^s}{K_i^{\alpha_i} L_i^{\beta_i}} = \frac{VA0_i}{K0_i^{\alpha_i} L0_i^{\beta_i}}$$

Sector	A_i
Primario	$\frac{87.087}{(321.415)^{0.44} (3.378.455)^{0.56}} = 0,0731$
Secundario	$\frac{62.205}{(241.511)^{0.47} (2.313.495)^{0.53}} = 0,0770$
Terciario	$\frac{279.131}{(919.971)^{0.40} (11.749.653)^{0.60}} = 0,0651$

(5.36)

Bien nacional

Para calibrar los coeficientes de la función Leontief de producción del Bien Nacional de cada firma despejamos de las condiciones encontradas en las ecuaciones 5.7. Previamente declaramos el Bien Nacional como la suma de Valor Agregado y de demanda de Consumo Intermedio de cada sector:

$$Z0_i = VA0_i + \sum_{j=1}^3 MCS_{j,i}$$

$$ay_i = \frac{VA_i^d}{Z_i^s} = \frac{VA0_i}{Z0_i}$$

$$ax_{j,i} = \frac{x_{j,i}}{Z_i^s} = \frac{MCS_{j,i}}{Z0_i} \quad \forall j = 1,2,3$$

$$\forall i = 1,2,3$$

(5.37

Parámetro	Sector primario	Sector secundario	Sector terciario
ay_i	$\frac{87.087}{178.618} = 0,49$	$\frac{62.205}{205.547} = 0,30$	$\frac{279.131}{434.783} = 0,64$
$ax_{1,i}$	$\frac{47.250}{178.618} = 0,26$	$\frac{16.127}{205.547} = 0,08$	$\frac{15.623}{434.783} = 0,04$
$ax_{2,i}$	$\frac{12.521}{178.618} = 0,07$	$\frac{56.622}{205.547} = 0,28$	$\frac{79.023}{434.783} = 0,18$
$ax_{3,i}$	$\frac{31.758}{178.618} = 0,18$	$\frac{70.593}{205.547} = 0,34$	$\frac{61.006}{434.783} = 0,14$

)

Exportaciones

Para permitir la calibración de otros parámetros, en primera instancia ajustamos la tasa de impuestos sobre la producción. Esta se define como el ratio de los impuestos a la producción (Bien Nacional) para cada uno de los tres sectores:

$$\tau_i^z = \frac{\tau_i^z Z_i^d}{Z_i^d} = \frac{MCS_{IMP,i}}{Z0_i}$$

Sector	τ_i^z	
Primario	$\frac{3.974}{178.617}$	0,0222
Secundario	$\frac{21.972}{205.547}$	= 0,1069
Terciario	$\frac{21.453}{434.783}$	= 0,0493

(5.38)

Para encontrar los coeficientes de la función de transformación CET despejamos de las ofertas encontradas en 5.12 los coeficientes ξe_i y ξd_i .³⁹ Para esto, definimos previamente las exportaciones y el Bien Doméstico.

Dado que el Bien Doméstico no está especificado directamente en la MCS, su valor inicial resulta de despejar $D0_i$ de la función de beneficios en 5.10 bajo el supuesto de que el beneficio es cero (lo cual se demostró en el segundo capítulo).

Otra dificultad radica en que se necesita la elasticidad de transformación para el cálculo de estos coeficientes y para el modelo en general. Sin embargo, no hay información suficiente en la MCS para encontrar este valor, por lo que debe ser encontrado de manera independiente. En este caso empleamos los valores de elasticidad de transformación calculados por IREGUI, (2001). Estos, ajustados a nuestros tres sectores son: $\kappa_1 = -0,77$, $\kappa_2 = -0,75$, $\kappa_3 = -0,95$ con lo que los valores que entran en el modelo, $\mu_i = \frac{\kappa_i + 1}{\kappa_i}$, son: $\mu_1 = -0,2987$, $\mu_2 = -0,3333$, $\mu_3 = -0,0526$.

³⁹ Los pasos para llegar a esta definición se encuentran en los anexos al final del capítulo.

Los valores de los coeficientes empleando la normalización de precios son:

$$E0_i = MCS_{i,ROW}$$

$$D0_i = (1 + \tau_i^z)Z0_i - E0_i$$

$$\xi_{e_i} = \frac{p_i^e E_i^{1-\mu_i}}{p_i^d D_i^{1-\mu_i} + p_i^e E_i^{1-\mu_i}} = \frac{E0_i^{1-\mu_i}}{D0_i^{1-\mu_i} + E0_i^{1-\mu_i}}$$

$$\xi_{d_i} = \frac{p_i^d D_i^{1-\mu_i}}{p_i^d D_i^{1-\mu_i} + p_i^e E_i^{1-\mu_i}} = \frac{D0_i^{1-\mu_i}}{D0_i^{1-\mu_i} + E0_i^{1-\mu_i}}$$

$$\forall i = 1,2,3$$

Parámetro	ξ_{e_i}
Sector Primario	$\frac{47.792^{1-(-0,30)}}{134.799^{1-(-0,30)} + 47.792^{1-(-0,30)}} = 0,21$
Sector Secundario	$\frac{34.192^{1-(-0,33)}}{193.327^{1-(-0,33)} + 34.192^{1-(-0,33)}} = 0,09$
Sector Terciario	$\frac{6.832^{1-(-0,05)}}{449.403^{1-(-0,05)} + 6.832^{1-(-0,05)}} = 0,01$
Parámetro	ξ_{d_i}
Sector Primario	$\frac{134.798^{1-(-0,30)}}{134.799^{1-(-0,30)} + 47.792^{1-(-0,30)}} = 0,79$
Sector Secundario	$\frac{193.327^{1-(-0,33)}}{193.327^{1-(-0,33)} + 34.192^{1-(-0,33)}} = 0,91$
Sector Terciario	$\frac{449.403^{1-(-0,05)}}{449.403^{1-(-0,05)} + 6.832^{1-(-0,05)}} = 0,99$

(5.39)

De la función de transformación CET en 5.9 podemos despejar el valor del parámetro de tecnología θ_i :

$$\theta_i = \frac{Z_i^d}{[\xi d_i (D_i^s)^{\mu_i} + \xi e_i (E_i)^{\mu_i}]^{\frac{1}{\mu_i}}} = \frac{Z0_i}{[\xi d_i (D0_i)^{\mu_i} + \xi e_i (E0_i)^{\mu_i}]^{\frac{1}{\mu_i}}}$$

$\forall i = 1,2,3$

Parámetro	θ_i
Sector Primario	$\frac{178.618}{[0.79(134.799)^{-0,30} + 0.21(47.792)^{-0,30}]^{\frac{1}{-0,30}}} = 1,69$
Sector Secundario	$\frac{205.547}{[0.91(193.327)^{-0,33} + 0.09(34.192)^{-0,33}]^{\frac{1}{-0,33}}} = 1,30$
Sector Terciario	$\frac{434.783}{[0.99(449.403)^{-0,05} + 0.01(6.833_i)^{-0,05}]^{\frac{1}{-0,05}}} = 1,02$

(5.40)

Importaciones

En una primera instancia encontramos las tasas de aranceles para cada sector. Estas son el ratio de los aranceles pagados al total de importaciones:

$$\tau_i^m = \frac{\tau_i^m M_i}{M_i} = \frac{MCS_{ARA,i}}{M0_i}$$

Sector	τ_i^m
Primario	$\frac{223}{9.570} = 0,0233$
Secundario	$\frac{3.988}{76.222} = 0,0523$
Terciario	$\frac{4,17}{9.936} = 0,0004$

(5.41)

Para encontrar los coeficientes de la función de transformación CES despejamos de las demandas encontradas en 5.16 los coeficientes δd_i y δm_i empleando la misma estrategia de la sección anterior. Para esto, definimos previamente un parámetro con las importaciones y otro con el Bien Compuesto, este último resulta de sumar las demandas de Hogares, Gobierno, Inversión y Consumo Intermedio.

Al igual que para la función de transformación se necesita la elasticidad de sustitución de la función CES para el cálculo de estos coeficientes. En este

caso empleamos los valores de elasticidad de transformación calculados por LOZANO, (2004). Estos, ajustados a nuestros tres sectores son: $\sigma_1 = 0,299, \sigma_2 = 1,180, \sigma_3 = 1,670$ con lo que los valores que entran en el modelo, $\eta_i = \frac{\sigma_i - 1}{\sigma_i}$, son: $\eta_1 = -2,3445, \eta_2 = 0,1525, \eta_3 = 0,4012$.

Los valores de los coeficientes, empleando la normalización de precios son:

$$M0_i = MCS_{ROW,i}$$

$$Q0_i = MCS_{i,HH} + MCS_{i,GOB} + MCS_{i,INV} + \sum_{j=1}^3 MCS_{i,j}$$

$$\delta d_i = \frac{(D_i^d)^{1-\eta_i} p_i^d}{(M_i)^{1-\eta_i} (1 + \tau_i^m) p_i^m + (D_i^d)^{1-\eta_i} p_i^d} = \frac{(D_i^d)^{1-\eta_i}}{(M_i)^{1-\eta_i} (1 + \tau_i^m) + (D_i^d)^{1-\eta_i}}$$

$$\delta m_i = \frac{(M_i)^{1-\eta_i} (1 + \tau_i^m) p_i^m}{(M_i)^{1-\eta_i} (1 + \tau_i^m) p_i^m + (D_i^d)^{1-\eta_i} p_i^d}$$

$$= \frac{(M_i)^{1-\eta_i} (1 + \tau_i^m)}{(M_i)^{1-\eta_i} (1 + \tau_i^m) + (D_i^d)^{1-\eta_i}}$$

Parámetro	δd_i	
Sector Primario	$\frac{(134.799)^{1-(-0,23)}}{(9.570)^{1-(-0,23)}(1 + 0,02) + (134.799)^{1-(-0,23)}} = 0,99$	(5.42)
Sector Secundario	$\frac{(193.327)^{1-0,15}}{(76.222)^{1-0,15}(1 + 0,05) + (193.327)^{1-0,15}} = 0,68$	
Sector Terciario	$\frac{(449.403)^{1-0,40}}{(9.936)^{1-0,40}(1 + 0,00) + (449.403)^{1-0,40}} = 0,91$	
Parámetro	δm_i	
Sector Primario	$\frac{(9.570)^{1-(-0,23)}(1 + 0,023)}{(9.570)^{1-(-0,23)}(1 + 0,023) + (134.799)^{1-(-0,23)}} = 0,00$	
Sector Secundario	$\frac{(76.222)^{1-0,15}(1 + 0,05)}{(76.222)^{1-0,15}(1 + 0,05) + (193.327)^{1-0,15}} = 0,32$	
Sector Terciario	$\frac{(9.936)^{1-0,40}(1 + 0,00)}{(9.936)^{1-0,40}(1 + 0,00) + (449.403)^{1-0,40}} = 0,09$	

De la función de sustitución CES podemos despejar el valor del parámetro de tecnología γ_i :

$$\gamma_i = \frac{Q_i}{[\delta d_i(D_i^d)^{\eta_i} + \delta m_i(M_i)^{\eta_i}]^{\frac{1}{\eta_i}}} = \frac{Q0_i}{[\delta d_i(D0_i)^{\eta_i} + \delta m_i(M0_i)^{\eta_i}]^{\frac{1}{\eta_i}}}$$

$\forall i = 1,2,3$

Parámetro	γ_i
Sector Primario	$\frac{144.592}{[0,99(134.799)^{-2,34} + 0,00(9.570)^{-2,34}]^{\frac{1}{-2,34}}} = 1,1$
Sector Secundario	$\frac{273.536}{[0,68(193.327)^{0,15} + 0,32(76.222)^{0,15}]^{\frac{1}{0,15}}} = 1,89$
Sector Terciario	$\frac{459.343}{[0,91(449.403)^{0,40} + 0,0926(9.936)^{0,40}]^{\frac{1}{0,40}}} = 1,23$

(5.43)

5.2.2 Hogares

Las contribuciones y prestaciones a Firms y Gobierno, así como las RPTR, se toman directamente de la MCS. Las RPTR se almacenan para Hogares, Gobierno, Firms y ROW bajo un conjunto que agrupa estos cuatro sectores institucionales denominado t.

	Firms	Gobierno
Contribuciones a:	$MCS_{FIR,HH}$ = 12.011	$MCS_{GOB,HH}$ = 24.008
Prestaciones de:	$MCS_{HH,FIR}$ = 14.089	$MCS_{HH,GOB}$ = 38.737
$RPTR_{HH}^{IN} = MCS_{HH,RPT}$ = 65.980	$RPTR_{HH}^{OUT} = MCS_{RPT,HH}$ = 18.146	

(5.44)

Al igual que en el modelo anterior, los coeficientes de las demandas de Hogares se obtienen como el ratio de cada bien al ingreso del hogar. En este caso, como definimos una variable endógena denominada Ing_{hh} , creamos un parámetro con el valor inicial $Ing0_{hh}$ para facilitar su incorporación más adelante.

$$\text{Ing}0_{hh} = \text{MCS}_{HH,TRA} + \text{MCS}_{HH,CAP} + \text{RPTR}_{HH}^{\text{IN}} - \text{RPTR}_{HH}^{\text{OUT}} \\ + \text{Prest}^{\text{deFir}} + \text{Prest}^{\text{deGob}} - \text{Cont}^{\text{aFir}} - \text{Cont}^{\text{aGob}}$$

$$\text{Ing}0_{hh} = 339.307$$

$$\phi_i = \frac{p_i X_i^{\text{hh}}}{[(\text{Ing}_{hh})(1 - \tau_{hh})](1 - s)} = \frac{\text{MCS}_{i,HH}}{\sum_{j=1}^3 \text{MCS}_{j,HH}}$$

Sector	ϕ_i
Primario	$\frac{62.320}{302.113} = 0,21$
Secundario	$\frac{82.952}{302.113} = 0,27$
Terciario	$\frac{155.917}{302.113} = 0,52$

(5.45)

La participación de los Hogares en la remuneración del capital se obtiene de la misma forma que en el modelo anterior, como el ratio de los ingresos de capital de Hogares al ingreso total por capital.

$$\psi_{hh} = \frac{\psi_{hh} rK^S}{rK^S} = \frac{\text{MCS}_{HH,CAP}}{\text{MCS}_{\text{TOT},CAP}} = \frac{24.190}{177.948} = 0,1359 \quad (5.46)$$

La pensión marginal a ahorrar se halla como el ratio de los ahorros al ingreso después de impuestos.

$$s = \frac{S^{\text{hh}}}{[(\text{Ing}_{hh})(1 - \tau_{hh})]} = \frac{\text{MCS}_{\text{INV},HH}}{\text{Ing}0_{hh} - \text{MCS}_{\text{IMD},HH}} \quad (5.47)$$

$$s = \frac{32.224}{339.307 - 5.893} = \frac{32.224}{333.414} = 0,097$$

5.2.3 Gobierno

Al igual que en el modelo anterior, las cantidades que compra el Gobierno son exógenas. Dada la normalización de precios, estas pueden ser extraídas directamente de la MCS:

$$x_i^g = MCS_{i,GOB}$$

Sector	x_i^g
Primario	324
Secundario	2.153
Terciario	69.659

(5.48)

La tasa de impuestos directos al ingreso de los Hogares se calcula como el ratio del recaudo por ese concepto al ingreso de los Hogares, Ing_{hh} :

$$\tau_{hh} = \frac{\tau_{hh} Ing_{hh}}{Ing_{hh}} = \frac{MCS_{IMD,HH}}{Ing_{hh}} = \frac{5.893}{339.307} = 0,0174 \quad (5.49)$$

La tasa de impuestos sobre el ingreso por propiedad del capital de las Firmas se calcula como el ratio de los impuestos pagados sobre el ingreso por capital:

$$\tau_f = \frac{\tau_f \psi_f r K^S}{\psi_f r K^S} = \frac{MCS_{IMD,FIR}}{MCS_{FIR,CAP}} = \frac{23.480}{147.512} = 0,1591 \quad (5.50)$$

La participación del Gobierno en los ingresos del capital se obtiene del ratio entre los ingresos por capital del Gobierno y los ingresos totales por capital:

$$\psi_g = \frac{\psi_g r K^S}{r K^S} = \frac{MCS_{GOB,CAP}}{MCS_{TOT,CAP}} = \frac{6.245}{177.948} = 0,0351 \quad (5.51)$$

Las RPTR que hace y recibe el Gobierno se toman como exógenas y se extraen directamente de la MCS.

$RPTR_{GOB}^{IN} = MCS_{GOB,RPT}$ $= 72.783$	$RPTR_{GOB}^{OUT} = MCS_{RPT,GOB}$ $= 66.336$
--	---

(5.52)

5.2.4 Firmas

La participación en los ingresos del capital de las Firmas se obtiene como el ratio de los ingresos de Firmas al ingreso total por capital:

$$\psi_f = \frac{\psi_f rK^S}{rK^S} = \frac{MCS_{FIR,CAP}}{MCS_{TOT,CAP}} = \frac{147.512}{177.948} = 0,829 \quad (5.53)$$

Las RPTR que hacen y reciben Firmas se asumen exógenas y se extraen directamente de la MCS.

$RPTR_{FIR}^{IN} = MCS_{FIR,RPT}$ $= 69.675$	$RPTR_{FIR}^{OUT} = MCS_{RPT,FIR}$ $= 130.067$
---	---

(5.54)

5.2.5 Inversión

La participación del gasto de Inversión en cada sector, λ_i , se halla como el ratio del gasto en cada sector al gasto total de Inversión:

$$\lambda_i = \frac{p_i \text{Inv}_i}{S^{hh} + RI^g + RI^f + S^{ROW}} = \frac{MCS_{i,INV}}{\sum_{j=1}^3 MCS_{j,INV}}$$

Sector	λ_i
Primario	$\frac{2.948}{113.621} = 0,0259$
Secundario	$\frac{40.263}{113.621} = 0,3544$
Terciario	$\frac{70.410}{113.621} = 0,6197$

(5.55)

5.2.6 Resto del mundo

Las RPTR que hace y recibe el resto del mundo y que en el modelo son exógenas se extraen directamente de la MCS. Aquí hay que recordar que en el código estas se definen en un bloque en específico.

$RPTR_{ROW}^{IN} = MCS_{ROW,RPT} = 23.811$	$RPTR_{ROW}^{OUT} = MCS_{RPT,ROW} = 17.701$
--	---

(5.56)

5.3 El código

En el apartado C.5.1 se presenta el código del modelo propuesto en este capítulo. Al igual que en el modelo de la economía cerrada, se presenta primero la calibración y luego el recomputo del equilibrio inicial. De la misma forma se reconstruye la MCS y se genera un vector con la diferencia de ingresos y gastos para cada sector institucional de la economía.

(C.5.1) Modelo de Equilibrio General para una economía colombiana abierta

*1) Definición de conjuntos y parámetros del modelo

```

*definición de conjuntos
Set n Todas las cuentas y Total
/SPR, SSE, STE, TRA, CAP, IMP, ARA, FIR, GOB, HH, ROW, IMD, RPT, INV, TOT/
n1(n) Las cuentas sin Total
/SPR, SSE, STE, TRA, CAP, IMP, ARA, FIR, GOB, HH, ROW, IMD, RPT, INV/
i(n) Sectores Productivos /SPR, SSE, STE/
t(n) Sectores con RPTR /FIR, GOB, HH, ROW/
*otros nombres para los conjuntos
alias (n,o), (n1,o1), (i,j), (t,u);
*definición de parámetros
*importamos la MCS
table MCS(n,o) MCS
$ondelim
$include MCSAbierta.csv
$offdelim
*Ajustes previos del mercado laboral con la información de
salarios y ocupados GEIH
Parameter Ls Total de Ocupados;
Ls=17441603;
variable w Salario
L(i) Ocupados por sector;
equation Eq_MS(i) Ecuación de la masa de salarios por sector
Eq_total Ecuación del total de Ocupados;
Eq_MS(i).. MCS("TRA",i)=E=w*L(i);
Eq_total.. Ls=E=sum(i,L(i));
model mdo_laboral /Eq_MS, Eq_total/;
solve mdo_laboral using MCP;
parameter L0(i) Ocupados por sector;
L0(i)=L.l(i);
*Ajustes previos del mercado de capital
parameter r0 Tasa de interés inicial
K0(i) Stock de capital por sector
Ks Stock de capital total;
r0=0.12;
K0(i)=MCS("CAP",i)/r0;
Ks=sum(i,K0(i));

```

*Calibración
 parameter
 *Producción
 *Producción de valor agregado
 VA0(i) Cantidad de Valor Agregado Inicial
 alpha(i) Elasticidad Capital-Producto
 beta(i) Elasticidad Trabajo-Producto
 A(i) PTF en la función de producción de valor agregado
 *Producción Bien Nacional
 Z0(i) Cantidad del Bien Nacional Inicial
 ay(i) Coeficiente del valor agregado en f Leontief
 ax(i,j) Coeficiente del bien intermedio i en f Leontief del bien j
 tauz(i) Tasa de impuestos a la producción
 *Resto del Mundo
 SROW Ahorro Extranjero en Pesos (negativo de la balanza de pagos)
 *Exportaciones
 E0(i) Cantidad del Bien Exportado Inicial
 D0(i) Cantidad del Bien Doméstico Inicial
 kappa(i) Elasticidad de Transformación
 mu(i) Parámetro de la CET Elasticidad de Transformación
 xid(i) Participación Bien Doméstico en CET Transformación
 xie(i) Participación Exportaciones en CET Transformación
 theta(i) Parámetro de escala en CET Transformación
 pWe(i) Precio del Bien Exportado en Dólares
 *Importaciones
 M0(i) Cantidad de Bien Importado inicial
 Q0(i) Cantidad de Bien Compuesto inicial (Oferta agregada)
 taum(i) Tasa de Aranceles a Importaciones
 sigma(i) Elasticidad de Sustitución
 eta(i) Parámetro de la CES Elasticidad de Sustitución
 deltam(i) Participación Importaciones en CES Sustitución
 deltad(i) Participación Bien Doméstico en CES Sustitución
 gamma(i) Parámetro de escala en CES Sustitución
 pWm(i) Precio del Bien Importado en Dólares
 *RPTR
 RPTRin(t) Rentas a propiedad y transferencias recibidas
 RPTRout(t) Rentas a propiedad y transferencias pagadas
 *Hogares
 ContAFir Contribuciones Sociales a Firmas
 ContAGob Contribuciones Sociales a Gobierno
 PrestDeFir Prestaciones Sociales de Firmas
 PrestDeGov Prestaciones Sociales de Gobierno
 Inghh0 Ingreso Inicial Hogares
 phi(i) Importancia de cada bien en Utilidad
 s Propensión Marginal a Ahorrar
 psihh Porcentaje de Capital del hogar
 *Gobierno

```

xg(i)      Cantidad de bienes demandada por el Gobierno
tauhh     Tasa de impuestos a Hogares
tauf      Tasa de Impuestos a Firmas
psig      Porcentaje de Capital del Gobierno
*Firmas
lambda(i) Porcentaje de cada bien en gasto de Inversión
psif      Porcentaje de Capital de las Firmas
prueba(i);
*Producción Valor agregado
VA0(i)=MCS("CAP",i)+MCS("TRA",i);
alpha(i)=MCS("CAP",i)/VA0(i);
beta(i)=MCS("TRA",i)/VA0(i);
A(i)=VA0(i)/( (K0(i)**alpha(i))*(L0(i)**beta(i)) );
*Producción Bien Nacional
Z0(i)=sum(j,MCS(j,i))+VA0(i);
ax(i,j)=MCS(i,j)/Z0(j);
ay(i)=VA0(i)/Z0(i);
tauz(i)=MCS("IMP",i)/Z0(i);
*Resto del Mundo
SROW=MCS("INV","ROW");
*Exportaciones
*Basado en IREGUI (2001).
E0(i)=MCS(i,"ROW");
D0(i)=(1+tauz(i))*Z0(i)-E0(i);
kappa("SPR")=-0.77;
kappa("SSE")=-0.75;
kappa("STE")=-0.95;
mu(i)=(kappa(i)+1)/kappa(i);
xid(i)=D0(i)**(1-mu(i))/(E0(i)**(1-mu(i))+D0(i)**(1-mu(i)));
xie(i)=E0(i)**(1-mu(i))/(E0(i)**(1-mu(i))+D0(i)**(1-mu(i)));
theta(i)=Z0(i)/(xie(i)*E0(i)**mu(i)+xid(i)*D0(i)**mu(i))**(1/
mu(i));
pWe(i)=1;
*Importaciones
*Basado en LOZANO (2004)
M0(i)=MCS("ROW",i);
Q0(i)=MCS(i,"HH")+MCS(i,"GOB")+MCS(i,"INV")+sum(j, MCS(i,j));
taum(i)=MCS("ARA",i)/M0(i);
sigma("SPR")=0.299;
sigma("SSE")=1.18;
sigma("STE")=1.670;
eta(i)=(sigma(i)-1)/sigma(i);
deltam(i)=(1+taum(i))*M0(i)**(1-
eta(i))/( (1+taum(i))*M0(i)**(1-eta(i)) +D0(i)**(1-eta(i)));
deltad(i)=D0(i)**(1-eta(i))/( (1+taum(i))*M0(i)**(1-eta(i))
+D0(i)**(1-eta(i)));
gamma(i)=Q0(i)/(deltam(i)*M0(i)**eta(i)+deltad(i)*D0(i)**eta(
i))**(1/eta(i));
pWm(i)=1;

```

```

*RPTR
RPTRin(t)=MCS(t,"RPT");
RPTRout(t)=MCS("RPT",t);
*Hogares
ContAFir=MCS("FIR","HH");
ContAGob=MCS("GOB","HH");
PrestDeFir=MCS("HH","FIR");
PrestDeGob=MCS("HH","GOB");
Inghh0=MCS("HH","TRA")+MCS("HH","CAP")+PrestDeFir+PrestDeGob-
ContAFir-ContAGob+RPTRin("HH")-RPTRout("HH");
phi(i)=MCS(i,"HH")/sum(j,MCS(j,"HH"));
s=MCS("INV","HH")/(Inghh0-MCS("IMD","HH"));
psihh=MCS("HH","CAP")/MCS("TOT","CAP");
*Gobierno
xg(i)=MCS(i,"GOB");
tauhh=MCS("IMD","HH")/Inghh0;
tauf=MCS("IMD","FIR")/MCS("FIR","CAP");
psig=MCS("GOB","CAP")/MCS("TOT","CAP");
*Firmas
psif=MCS("FIR","CAP")/MCS("TOT","CAP");
*Inversión
lambda(i)=MCS(i,"INV")/sum(j,MCS(j,"INV"));
*2) Definición de variables
Variables
*Producción
*Producción de valor agregado
VA_S(i) Valor agregado ofrecido por sector
VA_D(i) Valor agregado demandado por sector
K(i) Demanda de capital por sector
L(i) Demanda de trabajo por sector
w Salario
r Tasa de interés
pVA(i) Precio del Valor Agregado de cada sector
*Producción Bien Nacional
x(i,j) Demanda de bienes intermedios por sector
Z_S(i) Cantidad ofrecida del Bien Nacional
pZ(i) Precio del Bien Nacional por sector
*Resto del Mundo
epsilon Tipo de Cambio
*Exportaciones
Z_D(i) Cantidad demandada del Bien Nacional
E(i) Exportaciones por sector
D_S(i) Cantidad de Bien Doméstico ofrecido por sector
pd(i) Precio del Bien Doméstico
pe(i) Precio del Bien Exportado en Pesos
*Importaciones
M(i) Importaciones por sector
D_D(i) Cantidad de Bien Doméstico demandado por sector

```

$Q(i)$ Cantidad de Bien Compuesto (Oferta agregada por actividad)
 $pq(i)$ Precio del Bien Compuesto
 $pm(i)$ Precio del Bien Importado en Pesos
 *Hogares
 $IngHH$ Ingreso de los Hogares
 $xhh(i)$ Demanda de bienes del Hogar
 Shh Ahorro de Hogares
 *Gobierno
 $IngG$ Ingreso del Gobierno
 Thh Impuestos del Hogar
 Tf Impuestos de las Firmas
 Tm Recaudo Aranceles
 $Tpro$ Recaudo Impuestos a la Producción
 G Gasto total del Gobierno
 RIg Recursos para Inversión del Gobierno
 *Firmas
 Kf Ingreso por Capital de Firmas después de impuestos
 RIf Recursos para Inversión de Firmas
 *Inversión
 $Inv(i)$ Demandas de Inversión
 *Ficticia
 $Fict$ Variable ficticia a Maximizar;
 *3) Definición de Ecuaciones
 Equations
 *Producción
 *Producción de valor agregado
 $Eq_Of_VA(i)$ Eq. Función de producción de VA
 $Eq_De_Cap(i)$ Eq. CPO demanda de capital
 $Eq_De_Tra(i)$ Eq. CPO demanda de trabajo
 *Producción Bien Nacional
 $Eq_De_CI(i, j)$ Eq. Demanda de Consumo Intermedio
 $Eq_De_VA(i)$ Eq. Demanda de Valor Agregado
 $Eq_Ben(i)$ Eq. Beneficios en vez de f. prod
 *Resto del Mundo
 Eq_BOP Eq. Balanza de Pagos
 *Exportaciones
 $Eq_Of_E(i)$ Eq. Exportaciones
 $Eq_Of_D(i)$ Eq. Oferta Bien Doméstico
 $Eq_Z(i)$ Eq. CET Transformación
 $Eq_pe(i)$ Eq. Precio del Bien Exportado
 *Importaciones
 $Eq_De_M(i)$ Eq. Demanda Importaciones
 $Eq_De_D(i)$ Eq. Demanda Bien Doméstico
 $Eq_Of_Q(i)$ Eq. CES Sustitución (Oferta Bien Compuesto)
 $Eq_pm(i)$ Eq. Precio del Bien Importado
 *Hogares
 Eq_IngHH Eq. Ingreso de los Hogares
 $Eq_De_HH(i)$ Eq. Demanda de bienes de Hogares

```

Eq_ShH          Eq. Ahorro de Hogares
*Gobierno
Eq_IngG         Eq. Ingreso del Gobierno
Eq_T_HH         Eq. Impuestos del hogar
Eq_T_F          Eq. Impuestos de Firmas
Eq_T_M          Eq. Recaudo de Aranceles
Eq_T_pro        Eq. Recaudo de Impuestos a la Producción
Eq_G            Eq. Gasto Total del Gobierno
Eq_RIg          Eq. Recursos para Inversión del Gobierno
*Firmas
Eq_Kf           Eq. Ingreso de Firmas después de impuestos
Eq_RIf          Eq. Recursos para Inversión de Firmas
*Inversión
Eq_De_F(i)      Eq. Demanda de bienes de Inversión
*Equilibrio General
Eq_Equi_bi(i)   Eq. Equilibrio mercado de bienes
Eq_Equi_L       Eq. Equilibrio mercado de Trabajo
Eq_Equi_K       Eq. Equilibrio mercado de capital
Eq_Equi_VA(i)   Eq. Equilibrio Valor Agregado
Eq_Equi_Z(i)    Eq. Equilibrio Bien Nacional
Eq_Equi_D(i)    Eq. Equilibrio Bien Doméstico
*Ficticia
Eq_Fict         Eq. Variable Ficticia;
*Producción
*Producción de valor agregado
Eq_Of_VA(i)..
VA_S(i)=E=A(i)*(K(i)**alpha(i))*(L(i)**beta(i));
Eq_De_Cap(i).. pVA(i)*alpha(i)*VA_S(i)/K(i)=E=r;
Eq_De_Tra(i).. pVA(i)*beta(i)*VA_S(i)/L(i)=E=w;
*Producción Bien Nacional
Eq_De_CI(i,j).. x(i,j)=E=ax(i,j)*Z_S(j);
Eq_De_VA(i)..  VA_D(i)=E=ay(i)*Z_S(i);
Eq_Ben(i)..    pz(i)=E=ay(i)*pVA(i)+sum(j, ax(j,i)*pq(j));
*Resto del Mundo
Eq_BOP..
sum(i,pe(i)*E(i))+SROW+RPTRout("ROW")=E=sum(i,pm(i)*M(i))+RPTR
in("ROW");
*Exportaciones
Eq_Of_E(i)..
E(i)=E=Z_D(i)*(theta(i)**mu(i)*xie(i)*(1+tauz(i))*pz(i)/pe(i)
)**(1/(1-mu(i)));
Eq_Of_D(i)..
D_S(i)=E=Z_D(i)*(theta(i)**mu(i)*xid(i)*(1+tauz(i))*pz(i)/pd(
i)**(1/(1-mu(i)));
Eq_Z(i)..
Z_D(i)=E=theta(i)*(xie(i)*E(i)**mu(i)+xid(i)*D_S(i)**mu(i))**
(1/mu(i));
Eq_pe(i)..     pe(i)=E=epsilon*pWe(i);
*Importaciones

```

```

Eq_De_M(i)..
M(i)=E=(gamma(i)**eta(i)*deltam(i)*pq(i)/((1+taum(i))*pm(i)))
** (1/(1-eta(i)))*Q(i);
Eq_De_D(i)..
D_D(i)=E=(gamma(i)**eta(i)*deltad(i)*pq(i)/pd(i))** (1/(1-
eta(i)))*Q(i);
Eq_Of_Q(i)..
Q(i)=E=gamma(i)*(deltam(i)*M(i)**eta(i)+deltad(i)*D_D(i)**eta
(i))** (1/eta(i));
Eq_pm(i)..      pm(i)=E=epsilon*pWm(i);
*Hogares
Eq_IngHH..
IngHH=E=w*Ls+psihh*r*Ks+RPTRin("HH")-
RPTRout("HH")+PrestDeFir+PrestDeGob -ContAFir-ContAGob;
Eq_De_HH(i)..      xhh(i)=E=(phi(i)*((IngHH)*(1-tauhh))*(1-
s))/pq(i);
Eq_Shh..          Shh=E=IngHH*(1-tauhh)*s;
*Gobierno
Eq_IngG..
IngG=E=psig*r*Ks+Thh+Tf+Tpro+Tm+RPTRin("GOB")-RPTRout("GOB")-
PrestDeGob+ContAGob;
Eq_T_HH..          Thh=E=IngHH*tauhh;
Eq_T_F..           Tf=E=psif*r*Ks*tauf;
Eq_T_M..           Tm=E=sum(i,taum(i)*pm(i)*M(i));
Eq_T_pro..         Tpro=E=sum(i,tauz(i)*pz(i)*Z_D(i));
Eq_G..             G=E=sum(i,pq(i)*xg(i));
Eq_RIg..           RIg=E=IngG-G;
*Firmas
Eq_Kf..            Kf=E=psif*r*Ks*(1-tauf);
Eq_RIf..           RIf=E=Kf+RPTRin("FIR")-RPTRout("FIR")-
PrestDeFir+ContAFir;
*Inversión
Eq_De_F(i)..       lambda(i)*(RIf+RIg+Shh+Srow)=E=pq(i)*Inv(i);
*Equilibrio General
Eq_Equi_bi(i)..    Q(i)=E=sum(j,x(i,j))+xhh(i)+xg(i)+Inv(i);
Eq_Equi_L..        Ls=E=sum(j,L(j));
Eq_Equi_K..        Ks=E=sum(j,K(j));
Eq_Equi_VA(i)..    VA_D(i)=E=VA_S(i);
Eq_Equi_Z(i)..     Z_D(i)=E=Z_S(i);
Eq_Equi_D(i)..     D_D(i)=E=D_S(i);
*Ficticia
Eq_Fict..          Fict=E=1;
*4) Definición del modelo
*Valores Mínimos
parameter epsilonmin Valor pequeño para valores Mínimos;
epsilonmin=0.000000000001;
*Producción
*Producción de valor agregado
VA_S.lo(i)=epsilonmin;

```



```

VA_D.lo(i)=epsilonmin;
K.lo(i)=epsilonmin;
L.lo(i)=epsilonmin;
w.lo=epsilonmin;
r.lo=epsilonmin;
pVA.lo(i)=epsilonmin;
*Producción Bien Nacional
x.lo(i,j)=epsilonmin;
Z_S.lo(i)=epsilonmin;
pZ.lo(i)=epsilonmin;
*Resto del Mundo
epsilon.lo=epsilonmin;
*Exportaciones
Z_D.lo(i)=epsilonmin;
E.lo(i)=epsilonmin;
D_S.lo(i)=epsilonmin;
pd.lo(i)=epsilonmin;
pe.lo(i)=epsilonmin;
*Importaciones
M.lo(i)=epsilonmin;
D_D.lo(i)=epsilonmin;
Q.lo(i)=epsilonmin;
pq.lo(i)=epsilonmin;
pm.lo(i)=epsilonmin;
*Hogares
IngHH.lo=epsilonmin;
xhh.lo(i)=epsilonmin;
Shh.lo=epsilonmin;
*Gobierno
IngG.lo=epsilonmin;
Thh.lo=epsilonmin;
Tf.lo=epsilonmin;
Tm.lo=epsilonmin;
Tpro.lo=epsilonmin;
G.lo=epsilonmin;
RIg.lo=epsilonmin;
*Firmas
Kf.lo=epsilonmin;
RIf.lo=epsilonmin;
*Inversión
Inv.lo(i)=epsilonmin;
*Valores Iniciales
*Producción
*Producción de valor agregado
VA_S.l(i)=VA0(i);
VA_D.l(i)=VA0(i);
K.l(i)=K0(i);
L.l(i)=L0(i);
w.l=0.014;

```

```

r.l=0.12;
pVA.l(i)=1;
*Producción Bien Nacional
x.l(i,j)=MCS(i,j);
Z_S.l(i)=Z0(i);
pZ.l(i)=1;
*Resto del Mundo
epsilon.l=1;
*Exportaciones
Z_D.l(i)=Z0(i);
E.l(i)=E0(i);
D_S.l(i)=D0(i);
pd.l(i)=1;
pe.l(i)=1;
*Importaciones
M.l(i)=M0(i);
D_D.l(i)=D0(i);
Q.l(i)=Q0(i);
pq.l(i)=1;
pm.l(i)=1;
*Hogares
IngHH.l=IngHH0;
xhh.l(i)=MCS(i,"HH");
Shh.l=MCS("INV","HH");
*Gobierno
IngG.l=MCS("GOB","CAP")+sum(i,MCS("ARA",i)+MCS("IMP",i))+sum(t,
MCS("IMD",t))+RPTRin("GOB")-RPTRout("GOB")-
PrestDeGob+ContAGob;
Thh.l=MCS("IMD","HH");
Tf.l=MCS("IMD","FIR");
Tm.l=sum(i,MCS("ARA",i));
TPro.l=sum(i,MCS("IMP",i));
G.l=sum(i,xg(i));
RIg.l=MCS("INV","GOB");
*Firmas
Kf.l=MCS("FIR","CAP")-MCS("IMD","FIR");
RIf.l=MCS("INV","FIR");
*Inversión
Inv.l(i)=MCS(i,"INV");
*Numerario
pq.fx("SPR")=1;
model MEGC_Abierta /
*Producción
*Producción de valor agregado
Eq_Of_VA,Eq_De_Cap, Eq_De_Tra,
*Producción Bien Nacional
Eq_De_CI, Eq_De_VA, Eq_Ben,
*Resto del Mundo
Eq_BOP,

```

```

*Exportaciones
Eq_Of_E,Eq_Of_D, Eq_Z, Eq_pe,
*Importaciones
Eq_De_M, Eq_De_D, Eq_Of_Q, Eq_pm,
*Hogares
Eq_IngHH, Eq_De_HH, Eq_ShH,
*Gobierno
Eq_IngG, Eq_T_HH, Eq_T_F,Eq_T_M,
Eq_T_pro, Eq_G, Eq_RIg,
*Firmas
Eq_Kf, Eq_RIf,
*Inversión
Eq_De_F,
*Equilibrio General
Eq_Equi_bi, Eq_Equi_L, Eq_Equi_K,
Eq_Equi_VA, Eq_Equi_Z, Eq_Equi_D,
*Ficticia
Eq_Fict/;
solve MEGC_Abierta using NLP maximizing Fict;
parameter MCS_nueva(n,o)  MCS que captura el nuevo equilibrio
      Ing_Gas(n)           Diferencia entre ingresos y gastos
MCS;
*reconstruimos la MCS
MCS_nueva(i,j)=pq.l(i)*x.l(i,j);
MCS_nueva("TRA",i)=w.l*L.l(i);
MCS_nueva("CAP",i)=r.l*K.l(i);
MCS_nueva("ROW",i)=pm.l(i)*M.l(i);
MCS_nueva("ARA",i)=taum(i)*pm.l(i)*M.l(i);
MCS_nueva("IMP",i)=tauz(i)*pz.l(i)*Z_D.l(i);
MCS_nueva("HH","TRA")=sum(i,w.l*L.l(i));
MCS_nueva("HH","CAP")=psihh*sum(i,r.l*K.l(i));
MCS_nueva("GOB","CAP")=psig*sum(i,r.l*K.l(i));
MCS_nueva("FIR","CAP")=psif*sum(i,r.l*K.l(i));
MCS_nueva("GOB","ARA")=Tm.l;
MCS_nueva("GOB","IMP")=TPro.l;
MCS_nueva("FIR","HH")=ContAFir;
MCS_nueva("GOB","HH")=ContAGob;
MCS_nueva("HH","FIR")=PrestDeFir;
MCS_nueva("HH","GOB")=PrestDeGob;
MCS_nueva(i,"HH")=pq.l(i)*xhh.l(i);
MCS_nueva(i,"GOB")=pq.l(i)*xg(i);
MCS_nueva(i,"ROW")=pe.l(i)*E.l(i);
MCS_nueva(i,"INV")=pq.l(i)*Inv.l(i);
MCS_nueva("RPT",t)=RPTRout(t);
MCS_nueva(t,"RPT")=RPTRin(t);
MCS_nueva("IMD","HH")=Thh.l;
MCS_nueva("IMD","FIR")=Tf.l;
MCS_nueva("GOB","IMD")=Tf.l+Thh.l;
MCS_nueva("INV","HH")=Shh.l;

```

```

MCS_nueva("INV", "GOB")=RIg.l;
MCS_nueva("INV", "FIR")=RIf.l;
MCS_nueva("INV", "ROW")=SROW;
MCS_nueva("TOT", n1)=sum(o1, MCS_nueva(o1, n1));
MCS_nueva(n1, "TOT")=sum(o1, MCS_nueva(n1, o1));
Ing_Gas(n)=MCS_nueva(n, "TOT")-MCS_nueva("TOT", n);
display MCS_nueva, Ing_Gas;

```

Aspectos a tener en cuenta

Los nombres de los conjuntos se cambian con respecto al modelo de economía cerrada para permitir la incorporación de esos elementos que ahora son variables del modelo. Tal es el caso del conjunto que en el anterior modelo se denominó z y que en este modelo corresponde a la variable endógena Z_i , Bien Nacional.

Como se mencionó en la sección anterior, por medio de un pequeño sistema de ecuaciones se recuperan los niveles de ocupación que previamente ajustaron un salario único por sector en el balanceo de la MCS del tercer capítulo⁴⁰. La tasa de interés propuesta permite encontrar el *stock* de capital empleado por cada una de las ramas de actividad.

Igualmente, para facilitar la calibración de otros parámetros y siguiendo la notación presentada en la sección 5.2, se define el valor inicial de algunas variables endógenas del modelo con una terminación 0 (cero). Por ejemplo, $Q0_i$ es la cantidad de Bien Compuesto inicial o $Z0_i$ es la cantidad del Bien Nacional inicial. Estos valores también se emplean para darle el `Initial Guess` a GAMS.

La calibración sigue la estructura de bloques presentada y el código replica la calibración individual presentada en la sección anterior. Sin embargo, debido a que contamos con más cifras decimales, en GAMS los parámetros encontrados pueden diferir ligeramente del valor redondeado presentado en el documento.

Para manejar las RPTR creamos un subconjunto t que contiene los sectores institucionales que hacen y reciben pagos por RPTR: Hogares, Gobierno, Firmas, Resto del Mundo.

⁴⁰ Estos valores, al igual que el salario, simplemente se podrían crear como un parámetro con los resultados del balanceo, pero aquí se busca una buena precisión (varias posiciones decimales) del valor del salario para más adelante.

Se establece el precio del Bien Compuesto del Sector Primario como el numerario $p_{q_1} = 1$ y se incorpora la variable ficticia que se va a maximizar para poder hacer la declaración del problema como NLP e introducir el numerario y los límites inferiores en variables. Este límite inferior es una variable denominada $\epsilon_{\min} = 1.000 \text{ E-}13$, un valor positivo muy cercano a cero.

5.3.1 Resultados

La ventana de procesos de GAMS arroja el siguiente resultado, con lo que sabemos que se encontró una solución numérica factible del problema y se maximizó la variable ficticia que por construcción toma el valor de 1:

```
** Feasible solution. Value of objective = 1.000000000000
      Iter Phase Ninf      Objective      RGmax      NSB      Step InItr
MX OK
      5      3          1.0000000000E+00 0.0E+00      0
** Optimal solution. Reduced gradient less than tolerance.
```

Los resultados encontrados del escenario inicial se muestran a continuación:

```
----- VAR w                LOWER      LEVEL      UPPER      MARGINAL
      w Salario                1.000E-13    0.014      +INF      .

----- VAR L  Ocupados por sector
      LOWER      LEVEL      UPPER      MARGINAL
SPR 1.000E-13  3.3785E+6    +INF      .
SSE 1.000E-13  2.3135E+6    +INF      .
STE 1.000E-13  1.1750E+7    +INF      .

----- VAR VA_S  Valor agregado ofrecido por sector
      LOWER      LEVEL      UPPER      MARGINAL
SPR 1.000E-13  87087.245    +INF      .
SSE 1.000E-13  62205.077    +INF      .
STE 1.000E-13  2.7913E+5    +INF      .

----- VAR VA_D  Valor agregado demandado por sector
      LOWER      LEVEL      UPPER      MARGINAL
SPR 1.000E-13  87087.245    +INF      .
SSE 1.000E-13  62205.077    +INF      .
```

```

STE 1.000E-13 2.7913E+5      +INF      .

---- VAR K Demanda de capital por sector
      LOWER      LEVEL      UPPER      MARGINAL
SPR 1.000E-13 3.2142E+5      +INF      .
SSE 1.000E-13 2.4151E+5      +INF      .
STE 1.000E-13 9.1997E+5      +INF      .

      LOWER      LEVEL      UPPER      MARGINAL
---- VAR r      1.000E-13      0.120      +INF      .
r Tasa de interés

---- VAR pVA Precio del Valor Agregado de cada sector
      LOWER      LEVEL      UPPER      MARGINAL
SPR 1.000E-13      1.000      +INF      .
SSE 1.000E-13      1.000      +INF      .
STE 1.000E-13      1.000      +INF      .

---- VAR x Demanda de bienes intermedios por sector
      LOWER      LEVEL      UPPER      MARGINAL
SPR.SPR 1.000E-13 47250.521      +INF      .
SPR.SSE 1.000E-13 16126.591      +INF      .
SPR.STE 1.000E-13 15622.906      +INF      .
SSE.SPR 1.000E-13 12521.494      +INF      .
SSE.SSE 1.000E-13 56622.293      +INF      .
SSE.STE 1.000E-13 79022.718      +INF      .
STE.SPR 1.000E-13 31758.293      +INF      .
STE.SSE 1.000E-13 70592.941      +INF      .
STE.STE 1.000E-13 61005.670      +INF      .

---- VAR Z_S Cantidad ofrecida del Bien Nacional
      LOWER      LEVEL      UPPER      MARGINAL
SPR 1.000E-13 1.7862E+5      +INF      .
SSE 1.000E-13 2.0555E+5      +INF      .
STE 1.000E-13 4.3478E+5      +INF      .

---- VAR pZ Precio del Bien Nacional por sector
      LOWER      LEVEL      UPPER      MARGINAL
SPR 1.000E-13      1.000      +INF      .
SSE 1.000E-13      1.000      +INF      .
STE 1.000E-13      1.000      +INF      .

      LOWER      LEVEL      UPPER      MARGINAL
---- VAR epsilon      1.000E-13      1.000      +INF      .

```

```

epsilon Tipo de Cambio
---- VAR Z_D Cantidad demandada del Bien Nacional
      LOWER      LEVEL      UPPER      MARGINAL
SPR 1.000E-13 1.7862E+5      +INF      .
SSE 1.000E-13 2.0555E+5      +INF      .
STE 1.000E-13 4.3478E+5      +INF      .

---- VAR E Exportaciones por sector
      LOWER      LEVEL      UPPER      MARGINAL
SPR 1.000E-13 47792.372      +INF      .
SSE 1.000E-13 34192.135      +INF      .
STE 1.000E-13 6832.855      +INF      .

---- VAR D_S Cantidad de Bien Doméstico ofrecido por sector
      LOWER      LEVEL      UPPER      MARGINAL
SPR 1.000E-13 1.3480E+5      +INF      .
SSE 1.000E-13 1.9333E+5      +INF      .
STE 1.000E-13 4.4940E+5      +INF      .

---- VAR pd Precio del Bien Doméstico
      LOWER      LEVEL      UPPER      MARGINAL
SPR 1.000E-13      1.000      +INF      .
SSE 1.000E-13      1.000      +INF      .
STE 1.000E-13      1.000      +INF      .

---- VAR pe Precio del Bien Exportado en Pesos
      LOWER      LEVEL      UPPER      MARGINAL
SPR 1.000E-13      1.000      +INF      .
SSE 1.000E-13      1.000      +INF      .
STE 1.000E-13      1.000      +INF      .

---- VAR M Importaciones por sector
      LOWER      LEVEL      UPPER      MARGINAL
SPR 1.000E-13 9570.058      +INF      .
SSE 1.000E-13 76221.810      +INF      .
STE 1.000E-13 9936.422      +INF      .

---- VAR D_D Cantidad de Bien Doméstico demandado por sector
      LOWER      LEVEL      UPPER      MARGINAL
SPR 1.000E-13 1.3480E+5      +INF      .
SSE 1.000E-13 1.9333E+5      +INF      .
STE 1.000E-13 4.4940E+5      +INF      .

---- VAR Q Cantidad de Bien Compuesto (Oferta agregada por
actividad)
      LOWER      LEVEL      UPPER      MARGINAL

```

```

SPR 1.000E-13 1.4459E+5      +INF      .
SSE 1.000E-13 2.7354E+5      +INF      .
STE 1.000E-13 4.5934E+5      +INF      .

---- VAR pq  Precio del Bien Compuesto
      LOWER      LEVEL      UPPER      MARGINAL
SPR      1.000      1.000      1.000      EPS
SSE 1.000E-13      1.000      +INF      .
STE 1.000E-13      1.000      +INF      .

---- VAR pm  Precio del Bien Importado en Pesos
      LOWER      LEVEL      UPPER      MARGINAL
SPR 1.000E-13      1.000      +INF      .
SSE 1.000E-13      1.000      +INF      .
STE 1.000E-13      1.000      +INF      .

      LOWER      LEVEL      UPPER      MARGINAL
---- VAR IngHH      1.000E-13 3.3931E+5      +INF      .
      IngHH  Ingreso de los Hogares

---- VAR xhh  Demanda de bienes del Hogar
      LOWER      LEVEL      UPPER      MARGINAL
SPR 1.000E-13 62319.608      +INF      .
SSE 1.000E-13 82952.957      +INF      .
STE 1.000E-13 1.5592E+5      +INF      .

      LOWER      LEVEL      UPPER      MARGINAL
---- VAR Shh      1.000E-13 32223.742      +INF      .
---- VAR IngG      1.000E-13 78950.553      +INF      .
---- VAR Thh      1.000E-13 5893.315      +INF      .
---- VAR Tf      1.000E-13 23479.973      +INF      .
---- VAR Tm      1.000E-13 4215.232      +INF      .
---- VAR Tpro      1.000E-13 47398.487      +INF      .
---- VAR G      1.000E-13 72136.568      +INF      .
---- VAR RIg      1.000E-13 6813.984      +INF      .
---- VAR Kf      1.000E-13 1.2403E+5      +INF      .
---- VAR RIf      1.000E-13 61562.929      +INF      .

Shh  Ahorro de Hogares
IngG  Ingreso del Gobierno
Thh  Impuestos del Hogar
Tf  Impuestos de las Firmas
Tm  Recaudo Aranceles
Tpro  Recaudo Impuestos a la Producción
G  Gasto total del Gobierno
RIg  Recursos para Inversión del Gobierno
Kf  Ingreso por Capital de Firmas después de impuestos
RIf  Recursos para Inversión de Firmas

```



```

---- VAR Inv Demandas de Inversión
      LOWER      LEVEL      UPPER      MARGINAL
SPR 1.000E-13  2948.083    +INF      EPS
SSE 1.000E-13  40263.356    +INF      .
STE 1.000E-13  70410.304    +INF      .

      LOWER      LEVEL      UPPER      MARGINAL
---- VAR Fict      -INF      1.000    +INF      .
      Fict Variable ficticia a Maximizar

```

Como se esperaba, el equilibrio inicial de precios normalizados y las cantidades de la MCS son encontrados para el escenario base. La tasa de interés del 12 % y el salario de 0,1436083 m.m.d que equivale a \$14.360.830 promedio anuales son los mismos presentados previamente. Estos fueron los únicos precios que no se normalizaron a la unidad.

El vector que captura la diferencia de ingresos y gastos se presenta a continuación:

```

----      470 PARAMETER Ing_Gas Diferencia entre ingresos y gastos mcs
SPR 3.550667E-9,      SSE -1.7462E-10,      STE -3.37604E-9,      CAP -
3.4925E-10
IMP -7.2760E-12,      ARA 9.09495E-13,      FIR 2.91038E-11,      GOB
2.91038E-11
HH 1.74623E-10,      ROW -1.4552E-11,      RPT 2.03727E-10,      INV -
1.4552E-11

```

La matriz encontrada es idéntica a la usada para la calibración. Igualmente, la diferencia de ingresos y gastos para cada sector institucional es prácticamente igual a cero, con lo que se garantiza el equilibrio.

5.4 Simulaciones

A continuación se analizan los efectos sobre la economía de a) un incremento en las compras del Gobierno del 5 % y b) un avance tecnológico en las Firmas en las que se produce el valor agregado que incrementa en un 5 % el valor de la PTF.

5.4.1 Incremento en las compras del Gobierno

El código adicional en GAMS para llevar a cabo el incremento en las compras del Gobierno de 5 % en cada sector y que debe ser ubicado antes de la reconstrucción de la MCS es el siguiente:

```
xg(i)=xg(i)*1.05;
solve MEGC_Cerrada using NLP maximizing Fict;
```

Como se desprende del vector de diferencias entre ingresos y gastos y de la ventana de procesos de GAMS, se ha encontrado una solución factible del modelo. Los resultados almacenados en el archivo .lst vienen dados por:

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
---- VAR w	1.000E-13	0.014	+INF	.
w Salario				
---- VAR L Ocupados por sector				
LOWER LEVEL UPPER MARGINAL				
SPR 1.000E-13	3.3790E+6	+INF	.	
SSE 1.000E-13	2.2960E+6	+INF	.	
STE 1.000E-13	1.1767E+7	+INF	.	
---- VAR VA_S Valor agregado ofrecido por sector				
LOWER LEVEL UPPER MARGINAL				
SPR 1.000E-13	87113.240	+INF	.	
SSE 1.000E-13	61744.156	+INF	.	
STE 1.000E-13	2.7957E+5	+INF	.	
---- VAR VA_D Valor agregado demandado por sector				
LOWER LEVEL UPPER MARGINAL				
SPR 1.000E-13	87113.240	+INF	.	
SSE 1.000E-13	61744.156	+INF	.	
STE 1.000E-13	2.7957E+5	+INF	.	
---- VAR K Demanda de capital por sector				
LOWER LEVEL UPPER MARGINAL				
SPR 1.000E-13	3.2157E+5	+INF	.	
SSE 1.000E-13	2.3976E+5	+INF	.	
STE 1.000E-13	9.2157E+5	+INF	.	
---- VAR r	1.000E-13	0.120	+INF	.
r Tasa de interés				
---- VAR pVA Precio del Valor Agregado de cada sector				
LOWER LEVEL UPPER MARGINAL				

SPR	1.000E-13	0.996	+INF	.
SSE	1.000E-13	0.996	+INF	.
STE	1.000E-13	0.996	+INF	.

---- VAR x Demanda de bienes intermedios por sector

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
SPR.SPR	1.000E-13	47264.625	+INF	.
SPR.SSE	1.000E-13	16007.098	+INF	.
SPR.STE	1.000E-13	15647.248	+INF	.
SSE.SPR	1.000E-13	12525.231	+INF	.
SSE.SSE	1.000E-13	56202.739	+INF	.
SSE.STE	1.000E-13	79145.846	+INF	.
STE.SPR	1.000E-13	31767.773	+INF	.
STE.SSE	1.000E-13	70069.868	+INF	.
STE.STE	1.000E-13	61100.725	+INF	.

---- VAR Z_S Cantidad ofrecida del Bien Nacional

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
SPR	1.000E-13	1.7867E+5	+INF	.
SSE	1.000E-13	2.0402E+5	+INF	.
STE	1.000E-13	4.3546E+5	+INF	.

---- VAR pZ Precio del Bien Nacional por sector

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
SPR	1.000E-13	0.997	+INF	.
SSE	1.000E-13	0.996	+INF	.
STE	1.000E-13	0.996	+INF	.

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
---- VAR epsilon	1.000E-13	0.986	+INF	.
epsilon	Tipo de Cambio			

---- VAR Z_D Cantidad demandada del Bien Nacional

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
SPR	1.000E-13	1.7867E+5	+INF	.
SSE	1.000E-13	2.0402E+5	+INF	.
STE	1.000E-13	4.3546E+5	+INF	.

---- VAR E Exportaciones por sector

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
SPR	1.000E-13	48233.657	+INF	.
SSE	1.000E-13	34202.667	+INF	.
STE	1.000E-13	6911.798	+INF	.

---- VAR D_S Cantidad de Bien Doméstico ofrecido por sector

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
SPR	1.000E-13	1.3442E+5	+INF	.

SSE	1.000E-13	1.9163E+5	+INF	.
STE	1.000E-13	4.5004E+5	+INF	.
---- VAR pd Precio del Bien Doméstico				
	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
SPR	1.000E-13	1.001	+INF	.
SSE	1.000E-13	0.998	+INF	.
STE	1.000E-13	0.996	+INF	.
---- VAR pe Precio del Bien Exportado en Pesos				
	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
SPR	1.000E-13	0.986	+INF	.
SSE	1.000E-13	0.986	+INF	.
STE	1.000E-13	0.986	+INF	.
---- VAR M Importaciones por sector				
	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
SPR	1.000E-13	9587.553	+INF	.
SSE	1.000E-13	76644.700	+INF	.
STE	1.000E-13	10128.313	+INF	.
---- VAR D_D Cantidad de Bien Doméstico demandado por sector				
	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
SPR	1.000E-13	1.3442E+5	+INF	.
SSE	1.000E-13	1.9163E+5	+INF	.
STE	1.000E-13	4.5004E+5	+INF	.
---- VAR Q Cantidad de Bien Compuesto (Oferta agregada por actividad)				
	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
SPR	1.000E-13	1.4423E+5	+INF	.
SSE	1.000E-13	2.7228E+5	+INF	.
STE	1.000E-13	4.6017E+5	+INF	.
---- VAR pq Precio del Bien Compuesto				
	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
SPR	1.000	1.000	1.000	EPS
SSE	1.000E-13	0.994	+INF	.
STE	1.000E-13	0.996	+INF	.
---- VAR pm Precio del Bien Importado en Pesos				
	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
SPR	1.000E-13	0.986	+INF	.
SSE	1.000E-13	0.986	+INF	.
STE	1.000E-13	0.986	+INF	.
---- VAR IngHH				
	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
IngHH	1.000E-13	3.3829E+5	+INF	.
IngHH Ingreso de los Hogares				

```

---- VAR xhh Demanda de bienes del Hogar
      LOWER      LEVEL      UPPER      MARGINAL
SPR 1.000E-13 62132.066      +INF      .
SSE 1.000E-13 83200.813      +INF      .
STE 1.000E-13 1.5610E+5      +INF      .

      LOWER      LEVEL      UPPER      MARGINAL
---- VAR Shh      1.000E-13 32126.769      +INF      .
---- VAR IngG      1.000E-13 78454.064      +INF      .
---- VAR Thh      1.000E-13 5875.579      +INF      .
---- VAR Tf      1.000E-13 23386.263      +INF      .
---- VAR Tm      1.000E-13 4176.496      +INF      .
---- VAR Tpro      1.000E-13 47077.106      +INF      .
---- VAR G      1.000E-13 75423.257      +INF      .
---- VAR RIg      1.000E-13 3030.807      +INF      .
---- VAR Kf      1.000E-13 1.2354E+5      +INF      .
---- VAR RIf      1.000E-13 61067.908      +INF      .

Shh Ahorro de Hogares
IngG Ingreso del Gobierno
Thh Impuestos del Hogar
Tf Impuestos de las Firmas
Tm Recaudo Aranceles
Tpro Recaudo Impuestos a la Producción
G Gasto total del Gobierno
RIg Recursos para Inversión del Gobierno
Kf Ingreso por Capital de Firmas después de impuestos
RIf Recursos para Inversión de Firmas

---- VAR Inv Demandas de Inversión
      LOWER      LEVEL      UPPER      MARGINAL
SPR 1.000E-13 2834.563      +INF      .
SSE 1.000E-13 38945.830      +INF      .
STE 1.000E-13 67984.051      +INF      .

      LOWER      LEVEL      UPPER      MARGINAL
---- VAR Fict      -INF      1.000      +INF      .
Fict Variable ficticia a Maximizar

```

Mientras los precios relativos al numerario se reducen un máximo de 2 %, el crecimiento en las cantidades que compra el Gobierno reduce el presupuesto para Inversión del Gobierno hasta unos 3.031 miles de millones de pesos.

El tipo de cambio se aprecia levemente y por último la reducción de la remuneración al capital reduce el pago de impuesto a la renta de las Firmas de manera mínima.

Para exportar la nueva MCS, al igual que una MCS con los cambios porcentuales MCS, a Excel (la cual se almacena en la carpeta del proyecto en GAMS) empleamos las siguientes líneas de código:

```

Parameter MCS_dif_por(n,o) Diferencias porcentuales de la MCS
con respecto al escenario base;
MCS_dif_por(n,o)$(MCS(n,o) NE 0) = MCS_nueva(n,o)/MCS(n,o)-1;
*Subimos la Información de GAMS a GDX
execute_unload "EC_Abierta.gdx" MCS_nueva MCS_dif_por

*Subimos la Información del balanceo de GDX a Excel
execute 'gdxxrw.exe EC_Abierta.gdx o=EC_Abierta.xlsx
par=MCS_nueva'
execute 'gdxxrw.exe EC_Abierta.gdx o=dif_Abierta.xlsx
par=MCS_dif_por'
display MCS_dif_por;

```

La MCS resultante de esta simulación y los cambios porcentuales se presentan en las tablas 5.3 y 5.4, respectivamente.

De estos dos gráficos se desprende que la reducción del presupuesto de Inversión del Gobierno es de un 56 %, lo cual disminuye la demanda por Inversión de cada uno de los sectores en 4 %. El cambio en precios hace que el crecimiento en el valor del gasto no sea exactamente igual a 5 %, salvo en el primer sector en el que el precio es el numerario. Los salarios y la remuneración al capital se reducen menos de un 1 %. Las exportaciones caen entre 0,3 % y 2 %. Y el recaudo cae por la caída en los ingresos de Hogares y Firmas.

Tabla 5.3. MCS Economía colombiana abierta, 2008, con incremento en las compras del Gobierno
(Precios corrientes, miles de millones)

	Primario	Secundario	Terciario	Salarios	Exc. bruto de export.	Impuestos a la Producción	Aranceles	Firmas	Gobierno	Hogares	Resto del Mundo	Impuestos Directos	Rentas a la Propiedad + Transferencias	Inversión Ahorro	TOTAL
Primario	47.265	16.007	15.647						341	62.132	47.535			2.835	191.762
Secundario	12.450	55.867	78.673						2.248	82.703	33.708			38.713	304.361
Terciario	31.635	69.776	60.845						72.835	155.448	6.812			67.699	485.049
Salarios	48.346	32.851	188.354												249.551
Exc. bruto de export.	38.434	28.656	110.147												177.238
Impuestos a la Producción	3.963	21.716	21.398												47.077
Aranceles	220	3.952	4												4.176
Firmas				146.924						12.011			69.675		228.610
Gobierno				6.221	47.077	4.176				24.008		29.262	72.783		183.527
Hogares				249.551				14.089	38.737				65.980		392.451
Resto del Mundo	9.449	75.535	9.982										23.811		118.777
Impuestos Directos								23.386		5.876					29.262
Rentas a la Propiedad + Transferencias								130.067	66.336	18.146	17.701				232.249
Inversión Ahorro								61.068	3.031	32.127	13.021				109.247
TOTAL	191.762	304.361	465.049	249.551	177.238	47.077	4.176	228.610	183.527	392.451	118.777	29.262	232.249	109.247	

Fuente: cálculos propios.

Tabla 5.4. MCS Economía colombiana abierta, 2008, con incremento en las compras del Gobierno
(Cambios porcentuales)

	Primario	Secundario	Terciario	Salarios	Exc. bruto de exditi.	Impuestos a la Producción	Aranceles	Firmas	Gobierno	Hogares	Resto del Mundo	Impuestos Directos	Rentas a la Propiedad + Transferencias	Inversión Ahorro	TOTAL
Primario	0,0%	-0,7%	0,2%						5,0%	-0,3%	-0,5%			-3,9%	-0,3%
Secundario	-0,6%	-1,3%	-0,4%						4,4%	-0,3%	-1,4%			-3,9%	-1,1%
Terciario	-0,4%	-1,2%	-0,3%						4,6%	-0,3%	-0,3%			-3,9%	-0,2%
Salarios	-0,4%	-1,1%	-0,2%												-0,4%
Exc. bruto de exditi.	-0,4%	-1,1%	-0,2%												-0,4%
Impuestos a la Producción	-0,3%	-1,2%	-0,3%												-0,7%
Aranceles	-1,3%	-0,9%	0,5%												-0,9%
Firmas					-0,4%					0,0%			0,0%		-0,3%
Gobierno					-0,4%	-0,7%	-0,9%			0,0%			0,0%		-0,3%
Hogares				-0,4%	-0,4%			0,0%	0,0%				0,0%		-0,3%
Resto del Mundo	-1,3%	-0,9%	0,5%										0,0%		-0,6%
Impuestos Directos															-0,4%
Rentas a la Propiedad + Transferencias															0,0%
Inversión Ahorro									-55,5%	-0,3%	0,0%				-3,9%
TOTAL	-0,3%	-1,1%	-0,2%	-0,4%	-0,4%	-0,7%	-0,9%	-0,3%	-0,3%	-0,3%	-0,6%	-0,4%	0,0%	-3,9%	-3,9%

Fuente: cálculos propios.

5.4.2 Incremento en el nivel de tecnología en la producción de valor agregado

El código adicional para incrementar en 5 % la PTF de la firma que produce valor agregado es el siguiente:

```
A(i) =A(i)*1.05;
solve MEGC_Abierta using NLP maximizing Fict;
```

Los resultados de la simulación vienen dados por:

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
---- VAR w	1.000E-13	0.015	+INF	.
w Salario				
---- VAR L Ocupados por sector				
LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL	
SPR 1.000E-13	3.3429E+6	+INF	.	
SSE 1.000E-13	2.3500E+6	+INF	.	
STE 1.000E-13	1.1749E+7	+INF	.	
---- VAR VA_S Valor agregado ofrecido por sector				
LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL	
SPR 1.000E-13	90470.917	+INF	.	
SSE 1.000E-13	66339.698	+INF	.	
STE 1.000E-13	2.9303E+5	+INF	.	
---- VAR VA_D Valor agregado demandado por sector				
LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL	
SPR 1.000E-13	90470.917	+INF	.	
SSE 1.000E-13	66339.698	+INF	.	
STE 1.000E-13	2.9303E+5	+INF	.	
---- VAR K Demanda de capital por sector				
LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL	
SPR 1.000E-13	3.1796E+5	+INF	.	
SSE 1.000E-13	2.4527E+5	+INF	.	
STE 1.000E-13	9.1967E+5	+INF	.	
---- VAR r	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
r Tasa de interés	1.000E-13	0.128	+INF	.
---- VAR pVA Precio del Valor Agregado de cada sector				
LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL	
SPR 1.000E-13	1.017	+INF	.	
SSE 1.000E-13	1.017	+INF	.	
STE 1.000E-13	1.017	+INF	.	
---- VAR x Demanda de bienes intermedios por sector				

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
SPR.SPR	1.000E-13	49086.384	+INF	.
SPR.SSE	1.000E-13	17198.487	+INF	.
SPR.STE	1.000E-13	16401.047	+INF	.
SSE.SPR	1.000E-13	13008.001	+INF	.
SSE.SSE	1.000E-13	60385.840	+INF	.
SSE.STE	1.000E-13	82958.657	+INF	.
STE.SPR	1.000E-13	32992.224	+INF	.
STE.SSE	1.000E-13	75285.082	+INF	.
STE.STE	1.000E-13	64044.222	+INF	.

---- VAR Z_S Cantidad ofrecida del Bien Nacional

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
SPR	1.000E-13	1.8556E+5	+INF	.
SSE	1.000E-13	2.1921E+5	+INF	.
STE	1.000E-13	4.5644E+5	+INF	.

---- VAR pZ Precio del Bien Nacional por sector

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
SPR	1.000E-13	1.013	+INF	.
SSE	1.000E-13	1.018	+INF	.
STE	1.000E-13	1.018	+INF	.

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
---- VAR epsilon	1.000E-13	1.065	+INF	.
epsilon	Tipo de Cambio			

---- VAR Z_D Cantidad demandada del Bien Nacional

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
SPR	1.000E-13	1.8556E+5	+INF	.
SSE	1.000E-13	2.1921E+5	+INF	.
STE	1.000E-13	4.5644E+5	+INF	.

---- VAR E Exportaciones por sector

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
SPR	1.000E-13	47783.736	+INF	.
SSE	1.000E-13	35267.335	+INF	.
STE	1.000E-13	6872.819	+INF	.

---- VAR D_S Cantidad de Bien Doméstico ofrecido por sector

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
SPR	1.000E-13	1.4197E+5	+INF	.
SSE	1.000E-13	2.0741E+5	+INF	.
STE	1.000E-13	4.7209E+5	+INF	.

---- VAR pd Precio del Bien Doméstico

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
SPR	1.000E-13	0.995	+INF	.
SSE	1.000E-13	1.010	+INF	.

STE	1.000E-13	1.017	+INF	.	
---- VAR pe Precio del Bien Exportado en Pesos					
	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL	
SPR	1.000E-13	1.065	+INF	.	
SSE	1.000E-13	1.065	+INF	.	
STE	1.000E-13	1.065	+INF	.	
---- VAR M Importaciones por sector					
	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL	
SPR	1.000E-13	9877.467	+INF	.	
SSE	1.000E-13	76865.511	+INF	.	
STE	1.000E-13	9670.946	+INF	.	
---- VAR D_D Cantidad de Bien Doméstico demandado por sector					
	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL	
SPR	1.000E-13	1.4197E+5	+INF	.	
SSE	1.000E-13	2.0741E+5	+INF	.	
STE	1.000E-13	4.7209E+5	+INF	.	
---- VAR Q Cantidad de Bien Compuesto (Oferta agregada por actividad)					
	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL	
SPR	1.000E-13	1.5207E+5	+INF	.	
SSE	1.000E-13	2.8820E+5	+INF	.	
STE	1.000E-13	4.8175E+5	+INF	.	
---- VAR pq Precio del Bien Compuesto					
	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL	
SPR	1.000	1.000	1.000	EPS	
SSE	1.000E-13	1.026	+INF	.	
STE	1.000E-13	1.018	+INF	.	
---- VAR pm Precio del Bien Importado en Pesos					
	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL	
SPR	1.000E-13	1.065	+INF	.	
SSE	1.000E-13	1.065	+INF	.	
STE	1.000E-13	1.065	+INF	.	
		LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
---- VAR IngHH	1.000E-13	3.5781E+5	+INF	.	
IngHH	Ingreso de los Hogares				
---- VAR xhh Demanda de bienes del Hogar					
	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL	
SPR	1.000E-13	65718.461	+INF	.	
SSE	1.000E-13	85256.137	+INF	.	
STE	1.000E-13	1.6147E+5	+INF	.	

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
---- VAR Shh	1.000E-13	33981.195	+INF	.
---- VAR IngG	1.000E-13	85173.964	+INF	.
---- VAR Thh	1.000E-13	6214.730	+INF	.
---- VAR Tf	1.000E-13	25067.410	+INF	.
---- VAR Tm	1.000E-13	4531.979	+INF	.
---- VAR Tpro	1.000E-13	50974.054	+INF	.
---- VAR G	1.000E-13	73464.864	+INF	.
---- VAR RIg	1.000E-13	11709.099	+INF	.
---- VAR Kf	1.000E-13	1.3242E+5	+INF	.
---- VAR RIf	1.000E-13	69948.534	+INF	.
Shh	Ahorro de Hogares			
IngG	Ingreso del Gobierno			
Thh	Impuestos del Hogar			
Tf	Impuestos de las Firmas			
Tm	Recaudo Aranceles			
Tpro	Recaudo Impuestos a la Producción			
G	Gasto total del Gobierno			
RIg	Recursos para Inversión del Gobierno			
Kf	Ingreso por Capital de Firmas después de impuestos			
RIf	Recursos para Inversión de Firmas			

---- VAR Inv	Demandas de Inversión			
	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
SPR	1.000E-13	3338.271	+INF	.
SSE	1.000E-13	44434.767	+INF	.
STE	1.000E-13	78299.312	+INF	.

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
---- VAR Fict	-INF	1.000	+INF	.
Fict	Variable ficticia a Maximizar			

De estos resultados se desprende que el salario y la tasa de interés se elevan, como es de esperarse, con una oferta de factores inelástica. Mientras que los precios suben, incluyendo el tipo de cambio, entre 1 % y 6,5 %.

Al igual que en la simulación, se presentan en las tablas 5.5 y 5.6 la nueva MCS y los cambios porcentuales con respecto al escenario base. De esta información se desprende que la masa de salarios y la remuneración al capital suben 6,7 % y 6,8 %. Hay una recomposición del empleo y del capital hacia el sector secundario, ya que en este sector las demandas de ambos factores crecen más que el crecimiento en la remuneración total a los mismos. Tanto las importaciones como las exportaciones aumentan entre 3,6 % y 9,9 %.

El ahorro del Gobierno aumenta 71,8 %. Esto, sumado al ahorro de Hogares y Firmas, permite que el gasto de Inversión en cada sector suba 13,2 %. El valor del gasto del Gobierno crece debido al incremento en los precios, ya que por construcción sus cantidades son fijas. Por último, el mayor ingreso de los Hogares hace que su consumo de cada uno de los tres tipos de bienes aumente 5,5 %.

Tabla 5.5. MCS Economía colombiana abierta, 2008, con avance tecnológico en la creación de valor agregado
(Precios corrientes, miles de millones)

	Primario	Secundario	Terciario	Salarios	Exc. bruto de explotación	Impuestos a la Producción	Aranceles	Firmas	Gobierno	Hogares	Resto del Mundo	Impuestos Directos	Rentas a la Propiedad + Transferencias	Inversión Ahorro	TOTAL
Primario	49.086	17.198	16.401						324	65.716	50.883			3.338	202.950
Secundario	13.347	61.959	85.120					2.209		87.477	37.554			45.592	333.259
Terciario	33.595	76.660	65.214					70.931		164.421	7.319			79.729	497.869
Salarios	51.241	36.022	180.083												267.346
Exc. bruto de explotación	40.735	31.422	117.822												189.979
Impuestos a la Producción	4.182	23.865	22.926												50.974
Aranceles	245	4.282	4												4.532
Firmas					157.486					12.011			69.675		239.171
Gobierno					6.668	50.974	4.532			24.008		31.282	72.783		190.247
Hogares				267.346	25.825			14.089	38.737				65.980		411.977
Resto del Mundo	10.518	81.850	10.298										23.811		126.478
Impuestos Directos								25.067		6.215					31.282
Rentas a la Propiedad + Transferencias								130.067	66.336	18.146	17.701				232.249
Inversión Ahorro								69.949	11.709	33.981	13.021				128.660
TOTAL	202.950	333.259	497.869	267.346	189.979	50.974	4.532	239.171	190.247	411.977	126.478	31.282	232.249	128.660	

Fuente: cálculos propios.

Tabla 5.6. MCS Economía colombiana abierta, 2008, con avance tecnológico en la creación de valor agregado
(Cambios porcentuales)

	Primario	Secundario	Terciario	Salarios	Exc. bruto de exditi.	Impuestos a la Producción	Aranceles	Firmas	Gobierno	Hogares	Resto del Mundo	Impuestos Directos	Rentas a la Propiedad + Transferencias	Inversión Ahorro	TOTAL
Primario	3,9%	6,6%	5,0%						0,0%	5,5%	6,5%			13,2%	5,5%
Secundario	6,6%	9,4%	7,7%						2,6%	5,5%	9,9%			13,2%	8,3%
Terciario	5,8%	8,6%	6,9%						1,8%	5,5%	7,1%			13,2%	6,8%
Salarios	5,6%	8,4%	6,7%												6,7%
Exc. bruto de exditi.	5,6%	8,4%	6,7%												6,8%
Impuestos a la Producción	5,3%	8,6%	6,9%												7,5%
Aranceles	9,9%	7,4%	3,6%												7,5%
Firmas					6,8%					0,0%			0,0%		4,4%
Gobierno					6,8%	7,5%				0,0%			0,0%		3,4%
Hogares				6,7%	6,8%			0,0%	0,0%				0,0%		4,7%
Resto del Mundo	9,9%	7,4%	3,6%										0,0%		5,8%
Impuestos Directos															6,5%
Rentas a la Propiedad + Transferencias															0,0%
Inversión Ahorro															13,2%
TOTAL	5,5%	8,3%	6,8%	6,7%	6,8%	7,5%	7,5%	4,4%	3,4%	4,7%	5,8%	6,5%	0,0%	13,2%	

Fuente: cálculos propios.

Anexo 5.1

A continuación se presentan los pasos para hallar las funciones de oferta de la firma que transforma el Bien Nacional en bien Exportado y Bien Doméstico. El proceso es similar para la firma que transforma el Bien Doméstico y el Bien Importado en Bien Compuesto.

$$\max_{E_i, D_i^s, Z_i^d \in \mathbb{R}_+} \pi_i^E = p_i^e E_i + p_i^d D_i^s - (1 + \tau_i^z) p_i^z Z_i^d \quad (\text{A 5.1})$$

$$\text{s.a.: } Z_i^d = \theta_i [\xi d_i (D_i^s)^{\mu_i} + \xi e_i (E_i)^{\mu_i}]^{\frac{1}{\mu_i}}$$

Planteando la función de beneficio con Z_i incluido tenemos:

$$\max_{Z_i, E_i, D_i} \Pi_i^E = p_i^e E_i + p_i^d D_i^s - (1 + \tau_i^z) p_i^z \theta_i [\xi d_i (D_i^s)^{\mu_i} + \xi e_i (E_i)^{\mu_i}]^{\frac{1}{\mu_i}} \quad (\text{A 5.2})$$

Las condiciones de primer orden del problema para la oferta de exportaciones son:

$$p_i^e = \{(1 + \tau_i^z) p_i^z\} \left\{ \frac{1}{\mu_i} \theta_i [\xi d_i (D_i^s)^{\mu_i} + \xi e_i (E_i)^{\mu_i}]^{\frac{1}{\mu_i} - 1} \right\} \{ \mu_i \xi e_i E_i^{\mu_i - 1} \} \quad (\text{A 5.3})$$

Constante Derivada Externa Derivada Interna

Ahora bien, luego de simplificar el μ_i podemos reescribir la derivada externa reemplazando la función de transformación como:

$$\theta_i [\xi d_i (D_i^s)^{\mu_i} + \xi e_i (E_i)^{\mu_i}]^{\frac{1}{\mu_i} - 1} = \frac{Z_i^d}{\xi d_i (D_i^s)^{\mu_i} + \xi e_i E_i^{\mu_i}}$$

Cuyo denominador podemos reescribirlo con la misma función de producción como:

$$\xi d_i (D_i^s)^{\mu_i} + \xi e_i E_i^{\mu_i} = \left(\frac{Z_i^d}{\theta_i} \right)^{\mu_i}$$

Por lo que la condición de primer orden quedaría:

$$p_i^e = \{(1 + \tau_i^z) p_i^z\} \left\{ \frac{Z_i^d}{\left(\frac{Z_i^d}{\theta_i} \right)^{\mu_i}} \right\} \{ \xi e_i E_i^{\mu_i - 1} \} \quad (\text{A 5.4})$$

Constante Derivada Externa Derivada Interna

Resolviendo para E_i tenemos:

$$E_i^{\mu_i - 1} = \frac{p_i^e}{\theta_i^{\mu_i} \xi e_i (1 + \tau_i^z) p_i^z} (Z_i^d)^{\mu_i - 1}$$

$$E_i = \left[\frac{p_i^e}{\theta_i^{\mu_i} \xi e_i (1 + \tau_i^z) p_i^z} \right]^{\frac{1}{\mu_i - 1}} (Z_i^d)$$

Con lo cual reescribiendo tendríamos:

$$E_i = \left[\frac{\theta_i^{\mu_i} \xi e_i (1 + \tau_i^z) p_i^z}{p_i^e} \right]^{\frac{1}{1 - \mu_i}} (Z_i^d) \quad (\text{A 5.5})$$

Anexo 5.2

A continuación se presentan los pasos para despejar de las participaciones del Bien Doméstico y el Exportado en el proceso de calibración. El objetivo es llegar a una expresión que no dependa del nivel de tecnología, θ_i , ya que hasta este punto de la calibración es desconocido.

Primero dividimos una oferta entre la otra (Bien Doméstico y Exportado):

$$\frac{E_i}{D_i^s} = \frac{\left[\frac{\theta_i^{\mu_i} \xi e_i (1 + \tau_i^z) p_i^z}{p_i^e} \right]^{\frac{1}{1 - \mu_i}} Z_i^d}{\left[\frac{\theta_i^{\mu_i} \xi d_i (1 + \tau_i^z) p_i^z}{p_i^d} \right]^{\frac{1}{1 - \mu_i}} Z_i^d} \quad (\text{A 5.6})$$

Simplificando tenemos:

$$\frac{E_i}{D_i} = \left[\frac{p_i^d \xi e_i}{p_i^e \xi d_i} \right]^{\frac{1}{1 - \mu_i}}$$

Ahora $\xi e_i + \xi d_i = 1$, por lo que podemos reemplazar ξd_i en términos de ξe_i :

$$\frac{E_i}{D_i} = \left[\frac{p_i^d \xi e_i}{p_i^e (1 - \xi e_i)} \right]^{\frac{1}{1 - \mu_i}}$$

Con un poco de álgebra tenemos:

$$\begin{aligned} \frac{p_i^e}{p_i^d} \left(\frac{E_i}{D_i} \right)^{1 - \mu_i} &= \frac{\xi e_i}{1 - \xi e_i} \\ \frac{1}{\xi e_i} - 1 &= \frac{p_i^d D_i^{1 - \mu_i}}{p_i^e E_i^{1 - \mu_i}} \\ \frac{1}{\xi e_i} &= \frac{p_i^d D_i^{1 - \mu_i}}{p_i^e E_i^{1 - \mu_i}} + 1 \end{aligned}$$

$$\xi_{e_i} = \frac{1}{\frac{p_i^d D_i^{1-\mu_i}}{p_i^e E_i^{1-\mu_i}} + 1}$$

$$\xi_{e_i} = \frac{1}{\frac{p_i^d D_i^{1-\mu_i} + p_i^e E_i^{1-\mu_i}}{p_i^e E_i^{1-\mu_i}}}$$

Con lo cual tendríamos:

$$\xi_{e_i} = \frac{p_i^e E_i^{1-\mu_i}}{p_i^d D_i^{1-\mu_i} + p_i^e E_i^{1-\mu_i}}$$

Y empleando la normalización de precios:

$$\xi_{e_i} = \frac{E_i^{1-\mu_i}}{D_i^{1-\mu_i} + E_i^{1-\mu_i}} \quad (\text{A 5.7})$$

En el caso de la producción del Bien Compuesto, tendríamos el mismo ratio A 5.6 de la siguiente forma:

$$\frac{M_i}{D_i^d} = \frac{\left[\frac{\gamma_i^{\eta_i} \delta m_i p_i^q}{(1 + \tau_i^m) p_i^m} \right]^{\frac{1}{1-\eta_i}} Q_i}{\left[\frac{\gamma_i^{\eta_i} \delta d_i p_i^q}{p_i^d} \right]^{\frac{1}{1-\eta_i}} Q_i} \quad (\text{A 5.8})$$

Desarrollando se tendría:

$$\frac{M_i}{D_i^d} = \frac{\left[\frac{\delta m_i}{(1 + \tau_i^m) p_i^m} \right]^{\frac{1}{1-\eta_i}}}{\left[\frac{\delta d_i}{p_i^d} \right]^{\frac{1}{1-\eta_i}}}$$

$$\frac{M_i}{D_i^d} = \left[\frac{p_i^d \delta m_i}{(1 + \tau_i^m) p_i^m \delta d_i} \right]^{\frac{1}{1-\eta_i}}$$

$$\left(\frac{M_i}{D_i^d} \right)^{1-\eta_i} \frac{(1 + \tau_i^m) p_i^m}{p_i^d} = \frac{1 - \delta d_i}{\delta d_i}$$

$$\left(\frac{M_i}{D_i^d} \right)^{1-\eta_i} \frac{(1 + \tau_i^m) p_i^m}{p_i^d} = \frac{1}{\delta d_i} - 1$$

$$\left(\frac{M_i}{D_i^d} \right)^{1-\eta_i} \frac{(1 + \tau_i^m) p_i^m}{p_i^d} + 1 = \frac{1}{\delta d_i}$$

$$\frac{(M_i)^{1-\eta_i}(1 + \tau_i^m)p_i^m + (D_i^d)^{1-\eta_i} p_i^d}{(D_i^d)^{1-\eta_i} p_i^d} = \frac{1}{\delta d_i}$$

$$\delta d_i = \frac{(D_i^d)^{1-\eta_i} p_i^d}{(M_i)^{1-\eta_i}(1 + \tau_i^m)p_i^m + (D_i^d)^{1-\eta_i} p_i^d}$$

Por último, con la normalización de precios tendríamos:

$$\delta d_i = \frac{(D_i^d)^{1-\eta_i}}{(M_i)^{1-\eta_i}(1 + \tau_i^m) + (D_i^d)^{1-\eta_i}} \quad (\text{A 5.9})$$

CAPÍTULO 6.

EXTENSIONES

En los dos capítulos anteriores se presentó el proceso de calibración de una economía colombiana sencilla cerrada y de otra más elaborada y abierta.

En este capítulo se presentan las posibles extensiones del modelo de Equilibrio General más desarrollado del capítulo anterior. En especial, el modelo construido no incluye características usuales de la economía, entre otras: la heterogeneidad de los Hogares, las ramas de actividad multiproducto, los bienes no transables y el desempleo. Estos cuatro temas serán abordados en las secciones siguientes que componen este capítulo final. El propósito no es la calibración de una economía con estas características adicionales, sino mostrar las consideraciones para su posible incorporación.

6.1 Heterogeneidad de los hogares

El modelo considerado tiene un solo tipo de hogar que recibe todas las rentas salariales y parte de las rentas por capital. El hogar hace y recibe pagos directos a Firms y Gobierno, hace y recibe pagos por RPTR, paga impuestos, ahorra y consume.

En la práctica, en una economía existen varios hogares y desde el punto de vista del modelador puede resultar fundamental hacer la distinción entre unos y otros. Sin embargo, su separación presenta dificultades tanto teóricas como prácticas. Entre las primeras encontramos la posible endogeneidad de las variables empleadas para hacer la distinción entre Hogares. Entre las segundas, y una vez definidas las características de cada hogar, está la ausencia de contabilidad nacional para hacer la distinción.

6.1.1 Consideraciones teóricas

A pesar de que a simple vista la clasificación teórica de los Hogares parece fácil, sus implicaciones dentro del modelo, y en especial ante choques de política, resultan problemáticas. Dos posibilidades que saltan a la mente son la de separar la población de acuerdo con su nivel de ingreso o de acuerdo con su nivel educativo. Supongamos en el primer caso que clasificamos la población de acuerdo con los deciles de ingreso per cápita del Hogar. La

dificultad podría surgir cuando una simulación eleve las rentas de un decil por encima de otros con ingresos superiores, por ejemplo, como resultado de una política de subsidios focalizados o del incremento de la remuneración de un factor de producción de este hogar por encima de la de otro hogar un decil más arriba.

En el caso del nivel de educación, a pesar de que escapa la modelación presentada, la acumulación de capital humano de grupos originalmente menos favorecidos, debido a una política simulada o al cambio de incentivos, podría afectar el nivel de educación del hogar, su calificación y la clasificación propuesta.

La endogeneidad de la variable elegida para dividir los Hogares resulta entonces en un factor que ha de tenerse en cuenta en el momento de dividir la población.

6.1.2 Consideraciones prácticas

En el caso de haber elegido una o diversas variables para separar los Hogares, el siguiente paso consiste en la división de ingresos, transferencias y gastos del hogar agregado con el que hemos trabajado a cada uno de los nuevos Hogares del modelo. Es necesario recordar que esta información usualmente no se encuentra a ese nivel de desagregación en contabilidad nacional, por lo cual se requiere emplear otra fuente de información, en especial, encuestas a hogares para hacer la separación.

En el caso de Colombia existen dos encuestas públicamente disponibles que permiten construir una MCS con varios Hogares. La primera de ellas es la Gran Encuesta Integrada de Hogares (GEIH), de la cual se puede extraer información de mercado laboral, en especial salarios, al igual que de otros ingresos no laborales y educación. La segunda es la Encuesta Nacional de Calidad de Vida (ENCV), que hasta el año 2011 tenía un módulo de gastos de los Hogares en distintos bienes, con la cual se puede separar el consumo de acuerdo con una clasificación deseada, ya sea por ingresos o por nivel educativo.

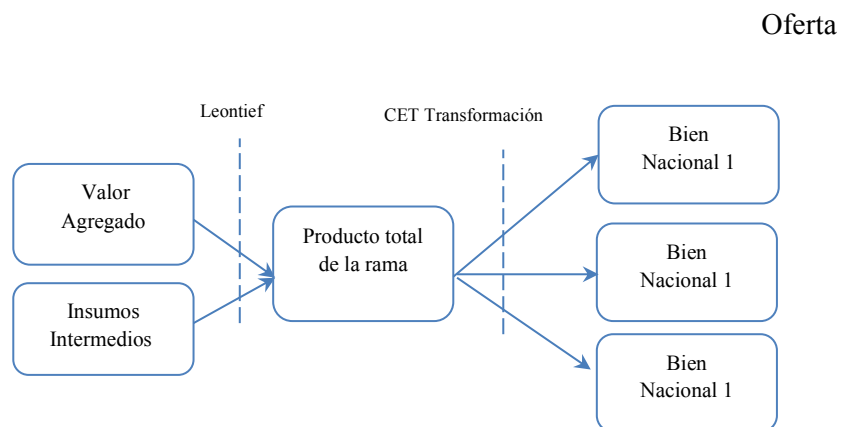
Aquí es fundamental recordar que esta separación, salvo que se haga un manejo cuidadoso, deja la MCS desbalanceada, por lo que se requiere de las técnicas empleadas en el capítulo tercero para restablecer el balance de ingresos y gastos de cada sector institucional.

6.2 Ramas de actividad multiproducto

Como se expuso en los capítulos cuarto y quinto, a pesar de que la contabilidad nacional tiene en cuenta la producción de más de un tipo de bien por cada actividad productiva (para lo cual se separan actividades de bienes), por simplicidad expositiva se restringió la producción de cada actividad a un único bien, y en ese sentido las dos MCS fueron balanceadas sin la oferta de bienes que proviene de la matriz oferta del Dane. El procedimiento puede no afectar significativamente los resultados, ya que como se ve en la tabla 3.8 la mayor parte de la producción de cada actividad es de bienes de su propia actividad, y en modelos de aun más sectores esta concentración en un tipo de bien se amplía.

Sin embargo, para lograr plena correspondencia con la contabilidad nacional por medio de la incorporación de esta distinción, se debe crear un producto intermedio entre el Bien Nacional y el valor agregado y el consumo intermedio, tal como se presenta en el gráfico 6.1.

Gráfico 6.1. Incorporación de actividades multiproducto en la oferta de un MEGC



Fuente: elaboración propia.

El tratamiento de este producto total por rama (PTR) es similar al efectuado para transformar el Bien Nacional entre Bien Doméstico y Exportado. Existe una firma que opera en competencia perfecta y que, teniendo en cuenta el

precio de este producto y el de los distintos bienes nacionales, decide cuánto transformar del primero en los últimos, resolviendo el problema:

$$\begin{aligned} \max_{Z_{j,i}^s, PTR_i^d \in \mathbb{R}_+} \pi_i^{PTR} &= \sum_j P_z Z_{j,i}^s - p_i^{ptr} PTR_i^d \\ \text{s.a.: } PTR_i^d &= H_i \left[\sum_j a_{j,i} (Z_{j,i}^s)^{b_i} \right]^{\frac{1}{b_i}} \end{aligned} \quad (6.1)$$

Es de recordar que en esta función de transformación existirán tantos *outputs* como bienes ofrecidos en el MEGC. Las variables a elegir para cada firma (hay una firma por rama) serían: $Z_{j,i}^s$ y PTR_i^d , mientras que existiría un precio que equilibra la oferta de PTR y su demanda, al igual que distintos precios para los Bienes Nacionales. Así entonces, el Bien Nacional es producido por más de una tecnología.

6.3 Bienes no transables

Debido a la simplificación a tres ramas de actividad económica del modelo presentado, las actividades productoras de bienes no transables se agregaron con bienes transables, por lo que cada uno de los tres bienes en cuestión es susceptible de comercio internacional.

Sin embargo, si se consideran más ramas de actividad y una de ellas resulta ser enteramente no transable, la modelación presentada resulta insuficiente. Para lograr incorporar bienes no transables debemos crear un proceso productivo intermedio entre el Bien Nacional y el Bien Compuesto solamente para estas actividades.

Supongamos que una firma por cada actividad no transable enfrenta el problema de maximizar los beneficios de la producción de Bien Compuesto para el que únicamente emplea el Bien Nacional en su producción. Al comprar una unidad del Bien Nacional debe pagar una tasa de impuesto τ_{ntr}^z . La tecnología de producción es lineal, ya que con un solo factor productivo es la única forma de conseguir rendimientos constantes a escala de factores.

$$\begin{aligned} \max_{Q_{ntr}, Z_{ntr}} \quad & \Pi_{ntr} = p_{ntr}^q Q_{ntr} - (1 + \tau_{ntr}^z) p_{ntr}^z Z_{ntr} \quad \forall ntr \quad (6.2) \\ \text{s.a} \quad & Q_{ntr} = TFP_{ntr} Z_{ntr} \quad \forall ntr \\ & (1 + \tau_{ntr}^z) p_{ntr}^z = TFP_{ntr} p_{ntr}^q \quad \forall ntr \end{aligned}$$

De la condición de optimización o la de cero beneficios de la firma tenemos que:

$$p_{ntr}^q TFP_{ntr} = (1 + \tau_{ntr}^z) p_{ntr}^z \quad \forall ntr \quad (6.3)$$

Para la calibración, dada la normalización de precios, se tendría de la MCS la tasa impositiva y a partir de 6.3 se calibraría la productividad total.

6.4 Desempleo

El modelo de equilibrio general manejado hasta este punto supone que todos los mercados se vacían; esto implica que toda la oferta laboral que se ha supuesto inelástica se emplea. Sin embargo, esto no necesariamente guarda concordancia con la realidad. Para mejorar este aspecto del modelo, en especial cuando se estudia el mercado laboral, introducimos una distorsión que genera desempleo. No obstante, esta desviación del modelo de equilibrio general no está exenta de dificultades. Algunas consideraciones teóricas y prácticas se presentan a continuación.

6.4.1 Consideraciones teóricas

Por lo general, cualquier desviación del modelo canónico de equilibrio general deja la incertidumbre acerca de la existencia y la unicidad del equilibrio. En el primer caso, al ser un modelo numérico, la pregunta por la existencia se puede resolver con GAMS directamente. Sin embargo, la unicidad depende de la ecuación o ecuaciones adicionales que se empleen para incorporar la variable desempleo que antes no teníamos.

En ambos casos, y ante posibles simulaciones, el modelador debe cuestionarse si las condiciones adicionales no son demasiado fuertes en el sentido que una solución no sea factible o sea factible con valores no admisibles para algunas variables.

6.4.2 Consideraciones prácticas

Una nueva variable implica al menos una nueva ecuación, y en esta se deben calibrar usualmente uno o más parámetros adicionales. Teniendo en cuenta lo anterior, a continuación se abordan dos mecanismos para introducir la variable desempleo: salario mínimo y salarios de eficiencia.

Salario mínimo

Como información adicional necesitamos el número de desempleados, es decir, la oferta de trabajo que no se emplea. La ecuación adicional iguala el salario de equilibrio, el cual es endógeno en el modelo con un nuevo parámetro denominado salario mínimo que toma el mismo valor.

$$w = w_{\min} \quad (6.4)$$

La variable desempleo aparece en la ecuación de vaciamiento del mercado de trabajo como una brecha entre la oferta y la demanda de trabajo. En este caso L^S , que era una variable exógena, ya no solo tiene el número de ocupados, sino toda la población económicamente activa (Ocupados + Desempleados).

$$L^S = \text{Desempleados} + \sum_{i=1}^3 L_i \quad (6.5)$$

La restricción sobre el precio del factor trabajo permite que no se vacíe el mercado, sino que se empleen los trabajadores resultantes de equiparar el salario mínimo con el producto marginal del trabajo en cada mercado. Por definición, la diferencia entre oferta y demanda es el desempleo⁴¹.

Salarios de eficiencia

Los salarios de eficiencia surgen usualmente de un problema de minimización del esfuerzo de trabajadores racionales y de maximización del esfuerzo

⁴¹ Véase BURFISHER (2011) o CARDENETE *et al.* (2012) para más información al respecto.

obtenido de sus trabajadores por los empleadores. Una mayor tasa de desempleo incrementa el costo del trabajador de no cumplir con el esfuerzo requerido por el empleador, ya que en caso de ser sorprendido incumpliendo existe una mayor probabilidad de quedarse sin ingresos. Dado lo anterior, el empleador puede reducir el salario y aun así obtener el nivel de esfuerzo requerido por parte del trabajador. Una menor tasa de desempleo genera los incentivos opuestos. Al reducir el costo de ser despedido incrementa el salario que el empleador ofrece.

Para adaptar este mecanismo se involucran dos ecuaciones en el MEGC. La primera es la denominada curva salario desempleo, una función en la que se relaciona el desempleo con el salario de manera negativa y que surge de la especificación del anterior problema de forma matemática⁴².

$$w = f(\text{Tasa de } \bar{\text{Desempleo}}) \quad (6.6)$$

La otra ecuación es la definición de la tasa de desempleo, ya que esta última variable endógena es precisamente la que tienen en cuenta tanto trabajadores como empleadores.

$$\text{Tasa de desempleo} = \frac{\text{Desempleados}}{\text{Desempleados} + \text{Ocupados}} \quad (6.7)$$

Al igual que en el caso del salario mínimo, se debe incluir la ecuación 6.5. En general, en este caso se involucran dos nuevas ecuaciones y dos nuevas variables endógenas. Dependiendo de la especificación de la curva salario-desempleo, se deberán calibrar uno o varios parámetros.

⁴² Véase BOTERO (2013) o RODRÍGUEZ (2014) para más información al respecto.

BIBLIOGRAFÍA

- ARMINTON, P. (1969). A Theory of Demand for Products Distinguished by Place of Production. *Staff Papers - International Monetary Fund*, 16(1), 159-178.
- ARROW, K. J. y DEBREU, G. (1954). Existence of an Equilibrium for a Competitive Economy. *Econometrica*, 22(3), 265-290.
- BOTERO, J. (2013). Desempleo e informalidad en Colombia: un análisis de equilibrio general computable. En L. E. ARANGO y F. HAMANN. *El mercado de trabajo en Colombia: hechos, tendencias e instituciones*. Bogotá: Banco de la República de Colombia.
- CÉSPEDES, E. (2011). *Una matriz de contabilidad social con informalidad 2007: documentación técnica*. DNP. Documento 377.
- CORREDOR, D. y PARDO, O. (2008). *Matrices de Contabilidad Social 2003, 2004 y 2005 para Colombia*. DNP. Documento 339.
- Dane-Geih. (2008). Gran encuesta integrada de hogares, Departamento Administrativo Nacional de Estadística. Colombia.
- FOFANA, I., LEMELIN, A. y COCKBURN, J. (2005). *Balancing a Social Accounting Matrix: Theory and Application*. Centre Interuniversitaire sur le Risque les Politiques Economiques et L'Emploi (Cirpee), Université Laval, August.
- HERNÁNDEZ, G., PARDO, O. y CORREDOR, D. (2007). *Construcción de una matriz de contabilidad social 2003 para Colombia*. Documento preparado para la conferencia regional en MEGC. Santiago, Chile.
- HOSOE, N., GASAWA, K. y HASHIMOTO, H. (2010). *Textbook of Computable General Equilibrium Modeling: Programming and Simulations*. United Kingdom: Palgrave Macmillan.
- IREGUI, A. (2001). Tax Exporting: An Analysis Using a Multiregional CGE Model. *Borradores de Economía*, 171, Banco de la República de Colombia.
- KULLBACK, S. y LEIBLER, R. A. (1951). On Information and Sufficiency. *Annals of Mathematical Statistics*, 22(1), 79-86.
- LÓPEZ, E., RIPOLL, M. y CEPEDA, F. (1994). Crónica de los modelos de equilibrio general en Colombia. *Borradores de Economía*, 13, Banco de la República de Colombia.
- LOZANO, C. (2004). Elasticidades de sustitución Armington para Colombia, *Archivos de Economía*, 2568, Departamento Nacional de Planeación.
- MCCARL, B. (2014). Expanded GAMS User Guide Version 24.3. GAMS Corporation.

- ROBINSON, S., CATTANEO, A. y EL-SAID, M. (2001). Updating and Estimating a Social Accounting Matrix Using Cross Entropy Methods. *Economic Systems Research*, 13(1), 47-64.
- RODRÍGUEZ, D. (2014). Ley 1607 de 2012 de reforma tributaria en Colombia: un análisis de equilibrio general computable. *Cuaderno de Trabajo*, 15, Observatorio del Mercado de Trabajo, Universidad Externado de Colombia.
- STONE, R. (1962). Multiple Classifications in Social Accounting. *Bulletin de l'Institut International de Statistique*, 39(3), 215-233.
- TAYLOR, L. (1990). *Socially Relevant Policy Analysis: Structuralist Computable General Equilibrium Models for the Developing World*. Cambridge, Massachusetts: MIT.
- VARIAN, H. (1993). *Intermediate Microeconomics*. 3.^a ed. New York: Norton.

DOCUMENTOS DE TRABAJO

N.º	Autor	Título	Año
1	Juan Santiago Correa	Urbanismo y transporte: el tranvía de Medellín (1919-1950)	2002
2	Álvaro H. Chaves C. y Helmuth Y. Arias G.	Cálculo de la tasa interna de retornos educativos en Colombia	2002
3	Fernando Bernal C.	Gobernanza pública, violencia y políticas de alivio a la pobreza. La ampliación del marco conceptual del Programa Familias en Acción	2003
4	Sandra L. Guerrero S.	Evaluación de la racionalidad del plan de descontaminación del río Bogotá a partir del análisis de costo mínimo y tasa retributiva	2003
5	Humberto Bernal Castro y Byron Ortega	¿Se ha desarrollado el mercado secundario de acciones colombiano durante el período 1988-2002?	2004
6	Liliana Chicaíza	Valoración de primas de reaseguro para enfermedades catastróficas utilizando el modelo de Black-Scholes	2005
7	Rosaura Arrieta, Aura García y Elsa Doria	Movilidad social en el asentamiento subnormal de Ranchos del Inat 2004	2005
8	Álvaro H. Chaves C.	Evolución de la productividad multifactorial, ciclos y comportamiento de la actividad económica en Cundinamarca	2005
9	Liliana López C. y Fabio F. Moscoso	La eficiencia portuaria colombiana en el contexto latinoamericano y sus efectos en el proceso de negociación con Estados Unidos	2005
10	Andrés F. Giraldo P.	La neutralidad del dinero y la dicotomía clásica en la macroeconomía	2005

DOCUMENTOS DE TRABAJO

N.º	Autor	Título	Año
11	Diego Baracaldo, Paola Garzón y Hernando Vásquez	Crecimiento económico y flujos de inversión extranjera directa	2005
12	Mauricio Pérez Salazar	Mill on Slavery, Property Rights and Paternalism	2006
13	Fabio F. Moscoso y Hernando E. Vásquez	Determinantes del comercio intraindustrial en el grupo de los tres	2006
14	Álvaro H. Chaves C.	Desestacionalización de la producción industrial con la metodología X-12 ARIMA	2006
15	Ómar Fernando Arias	El proceso de fluctuación dinámica de la economía colombiana: reconsideraciones teóricas sobre un fenómeno empírico	2006
16	Homero Cuevas	La empresa y los empresarios en la teoría económica	2007
17	Álvaro H. Chaves C.	Ventajas comparativas del sector agropecuario colombiano en el marco de los recientes acuerdos comerciales	2007
18	William Lizarazo M.	La controversia del capital y las comunidades científicas	2007
19	Mario García y Edna Carolina Sastoque	Pasiones e intereses: la guerra civil de 1876-1877 en el Estado Soberano de Santander	2007
20	José Gil Díaz	Ministerio de Finanzas: funciones, organización y reforma	2007
21	Mauricio Pérez Salazar	Economía y fallos constitucionales: la	2007

DOCUMENTOS DE TRABAJO

N.º	Autor	Título	Año
		experiencia colombiana desde la vigencia de la Carta Política de 1991 hasta 2003	
22	Mauricio Rubio y Daniel Vaughan	Análisis de series de tiempo del secuestro en Colombia	2007
23	Luis Felipe Camacho	Reflexiones de economía política: la justicia social en la obra de Léon Walras	2008
24	Óscar A. Alfonso R.	Economía institucional de la intervención urbanística estatal	2008
25	Mauricio Rubio	Palomas y Sankis. Prostitución adolescente en República Dominicana	2008
26	Helmuth Yesid Arias Gómez	La descentralización en Colombia y las autonomías en España	2009
27	Andrés Mauricio Vargas P. y Camilo Rivera Pérez	Controles a la entrada de capitales y volatilidad de la tasa de cambio: ¿daño colateral? La experiencia colombiana	2009
28	Óscar A. Alfonso R.	Economía institucional de la ocupación del suelo en la región metropolitana de Bogotá	2009
29	Álvaro Hernando Chaves Castro	Dinámica de la inflación en Colombia: un análisis empírico a partir de la curva de Phillips neokeynesiana (NKPC)	2010
30	Diliana Vanessa Cediél Sánchez	Determinantes del recaudo tributario en los municipios del departamento de Cundinamarca	2010
31	Óscar A. Alfonso R.	Impactos socioeconómicos y demográficos de la metropolización de la población colombiana y de los mercados de trabajo y residenciales	2010

DOCUMENTOS DE TRABAJO

N.º	Autor	Título	Año
32	Mauricio Rubio	Entre la informalidad y el formalismo. La acción de tutela en Colombia	2011
33	Óscar A. Alfonso R.	La geografía del desplazamiento forzado reciente en Colombia	2011
34	Yasmín L. Durán B.	Impacto impositivo en las decisiones de inversión y armonización tributaria. Caso de estudio: la Unión Europea	2011
35	Ernesto Cárdenas y Jaime Lozano	Economía experimental: una medición de confianza y confiabilidad	2011
36	Helmuth Arias Gómez	Tendencias de la industria regional	2011
37	Isidro Hernández Rodríguez	Tributación en Colombia y los orígenes de su brecha impositiva, 1821-1920	2011
38	Óscar A. Alfonso R.	Polimetropolitanismo y fiscalidad, Colombia 1984-2010	2012
39	Álvaro Hernando Chaves Castro	Acuerdos comerciales y posibilidades de desarrollo regional: el caso de la economía del Meta	2012
40	Óscar A. Alfonso R	El enigma del método y el inconformismo radical: crítica y alternativas a los procedimientos de investigación con sujeto ausente	2012
41	José Gil-Díaz	Grecia, West Virginia y el ajuste	2012
42	Darío Germán Umaña Mendoza	La propiedad intelectual y la salud	2013

DOCUMENTOS DE TRABAJO

N.º	Autor	Título	Año
43	Mauricio Rubio	Los sospechosos secuestros de la delincuencia común en Colombia, 1990-2003	2013
44	Darío Germán Umaña Mendoza	El Tratado de Libre Comercio con los Estados Unidos y sus efectos sobre la inversión y las políticas públicas	2013
45	Álvaro Martín Moreno Rivas	Teorías y modelos del ciclo político de los negocios	2013
46	Carlos A. Garzón R. y Anna Preiser	Multidimensional well-being inequality social evaluation Gini function for Colombia 2012	2014
47	Óscar A. Alfonso R.	De la Korima a Mottainai. Modos de vida alternativos para enfrentar el desperdicio de alimentos y restaurar la soberanía del consumidor	2014
48	Juan Pablo Roa B.	Equivalencia ricardiana: una evaluación empírica para la economía colombiana 1985-2010	2014
49	Karla Bibiana Mora Martínez	Un modelo econométrico del mercado laboral y la elección ocupacional del empleo calificado en Colombia	2014
50	Manuel Andrés Rincón Gómez	Determinantes de financiación de firmas manufactureras: evidencia empírica para Colombia 1999-2006	2014
51	Óscar A. Alfonso R.	Observatorio MetroMun. Índice alternativo de desarrollo municipal 2013. Un estudio a partir de las fragilidades y resistencias del territorio colombiano	2015

DOCUMENTOS DE TRABAJO

N.º	Autor	Título	Año
52	Óscar A. Alfonso R.	Observatorio Hambre Cero. La cadena de las pérdidas de valor de los alimentos y las pérdidas de área sembrada en Colombia, 2007-2012	2015
53	Óscar A. Alfonso R.	Observatorio MetroMun. Ruralidades. Aportes para la construcción de una visión comprehensiva del campo colombiano	2016
54	Óscar A. Alfonso R.	Observatorio Hambre Cero. El diseño de instituciones contra la pérdida y el desperdicio de alimentos.	2016
55	Julián Arévalo B.	State capacity and support for democracy: challenges and opportunities for post conflict Colombia	2016
56	Saira Samur Pertuz	La disparidad fiscal en Colombia en el período del sistema general de participaciones	2016
57	Óscar A. Alfonso R., Laura Amézquita y Sandra Coral.	Observatorio MetroMun. Análisis económico-espacial de la mortalidad empresarial en épocas de ralentización de la economía metropolitana de Bogotá	2016
58	Óscar A. Alfonso R., Rafael Barrera y Pedro I. Bernal	Observatorio MetroMun. El modo de vida popular y la regularización barrial en Bogotá	2017